

Esame di Analisi matematica II : esercizi  
A.a. 2004-2005, sessione estiva, III appello

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

Si risolvano gli esercizi :    1     2     3     4     5     6

**ESERCIZIO N. 1.** Si studi il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n} + \frac{i^{2n+1}}{n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})} \right).$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \binom{-2}{n} 2^n x^{2n}.$$

(i) Si determini il raggio di convergenza della serie.

(ii) Si stabilisca se la serie converge nel punto  $x_1 = \frac{1}{2}$  e, in caso affermativo, si calcoli la somma.

(iii) Si stabilisca se la serie converge nel punto  $x_2 = 2$  e, in caso affermativo, si calcoli la somma.

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si calcoli l’integrale doppio

$$\iint_E \frac{y^2}{x^2 + y^2} dx dy \quad E = \left\{ (x, y)^T : x^2 + y^2 < 1, (x - 1)^2 + y^2 > 1 \right\}.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione

$$f(x, y, z) = x^3 + y^3 - x^2 - y^2 - z^2 + 1.$$

Si determinino

• il gradiente di  $f$ :

• la matrice Hessiana di  $f$ :

• i punti critici di  $f$ :

• la natura dei punti critici di  $f$ :

•  $\inf f =$

•  $\sup f =$

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.** Si risolva il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2x}{1+x^2} y + 2x \sqrt{y}, \\ y(0) = 4. \end{cases}$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 6.** Si consideri la superficie parametrica

$$\sigma(u, v) = (u v \cos u, u v \sin u, u)^T,$$

con  $0 < u < 2\pi$ ,  $0 < v < 2$ .

Si determinino

- il vettore  $\nu(u_0, v_0)$  normale alla superficie nel generico punto  $\sigma(u_0, v_0)$ :

- il punto  $\sigma(u_0, v_0)$  appartenente alla superficie tale che  $\nu(u_0, v_0)$  sia parallelo al versore  $\left(0, \frac{1}{\sqrt{1+\pi^2}}, \frac{\pi}{\sqrt{1+\pi^2}}\right)^T$ :