

Esame di Analisi matematica II
Prova di esercizi
Corso del prof. Franco Obersnel
Sessione invernale, III appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Al variare del parametro reale $\alpha > 0$ si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[3]{n} \log \left(\frac{n^\alpha + |x|}{n^\alpha} \right).$$

(i) Per ogni $\alpha > 0$ si determini l’insieme di convergenza puntuale E_α della serie.

(ii) Si stabilisca se la convergenza è uniforme su E_α .

(iii) Si stabilisca, giustificando la risposta, se è possibile derivare a termine a termine la serie su $E_\alpha \setminus \{0\}$.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - 3x - xy$.

(i) Si determinino:

- il gradiente di f :

- la matrice Hessiana di f :

- eventuali punti critici di f e la loro natura:

(ii) Si determinino i valori massimo e minimo della funzione f ristretta al disco

$$D = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}.$$

(iii) Si determini l’approssimante quadratico (polinomio di Taylor di ordine 2) della funzione f nell’origine.

COGNOME e NOME _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli il volume della regione limitata nello spazio compresa tra i paraboloidi di equazioni

$$z = x^2 + 3y^2 \quad \text{e} \quad z = 8 - x^2 - y^2.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri l’equazione differenziale

$$(E) \quad y' = y^2 - y - 2$$

(i) Si determinino gli equilibri dell’equazione.

(ii) Si stabilisca, motivando la risposta, se la soluzione ψ dell’equazione (E) che soddisfa la condizione iniziale $\psi(3) = 0$ è limitata su \mathbb{R} .

(iii) Si stabilisca, motivando la risposta, se la soluzione φ dell’equazione (E) che soddisfa la condizione iniziale $\varphi(0) = 3$ è limitata su \mathbb{R} .

(iv) Si calcoli la soluzione y dell’equazione (E) che soddisfa la condizione iniziale $y(0) = 0$.