

Esame di Analisi matematica II : esercizi
A.a. 2009-2010, sessione invernale, I appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Intende sostenere la prova di teoria oggi? sì no

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-n}}{n+1} x^{n+1}$$

(i) Si determini il raggio di convergenza della serie.

(ii) Si determini l’insieme di convergenza della serie.

(iii) Si determini la somma della serie.

ESERCIZIO N. 2. Si calcoli l’integrale generalizzato

$$\iiint_J \frac{1}{(1+x^2+y^2)^2} dx dy dz$$

con $J = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 3 + z^2\}$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = xy(x - y + 1).$$

(i) Si determinino i punti di annullamento e i segni di f .

(ii) Si determini il gradiente di f .

(iii) Si determini la matrice Hessiana di f .

(iv) Si determinino i punti critici di f .

(v) Si studi la natura dei punti critici di f .

(vi) Si stabilisca per quali $k \in \mathbb{R}$ l’insieme di livello $L_k = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) = k\}$ è il sostegno di una curva regolare in forma implicita.

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il campo vettoriale $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, con

$$g(x, y) = (-x + y - 1, -3x - y + 1)^T.$$

(i) Si interpreti g come un campo di velocità e, per una particella di fluido che si trova in $(0, 0)^T$ all’istante $t = 0$, si determinino

- la traiettoria $\gamma(t) = (x(t), y(t))^T$ della particella:

- $\lim_{t \rightarrow +\infty} \gamma(t) =$

(ii) Si stabilisca se il campo g è conservativo su \mathbb{R}^2 .

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si considerino le funzioni $\varphi : [1, 4] \times [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$, con $\varphi(u, v) = (u \cos v, 2\sqrt{u}, u \sin v)^T$, e $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, con $f(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2$.

(i) Si provi che φ è la rappresentazione parametrica di una superficie regolare semplice.

(ii) Si determinino gli estremi di f vincolati al sostegno Σ di φ .