

Esame di Analisi matematica II

Prova di esercizi

Corso del Prof. Scipio Cuccagna Prof. Franco Obersnel

Sessione invernale, III appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1.Si consideri, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n \cos^2(x) + 2}}{(n+1)^\alpha} (\cos x)^n.$$

(i) Si determini l'insieme degli $x \in \mathbb{R}$ per i quali la serie converge per tutti i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$.

(ii) Si determinino i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali la serie converge puntualmente su tutto \mathbb{R} .

(iii) Si stabilisca se, per i valori di α determinati nel punto (ii), la convergenza è uniforme.

ESERCIZIO N. 2.

(i) Si rappresenti nel piano l’insieme

$$K = \left\{ (x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 2, |y| \leq 2, 0 \leq 2 - x^2 y^2 \right\}.$$

(ii) Si calcoli il volume del solido

$$E = \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 2 - x^2 y^2 \right\}.$$

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-3x} - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases} .$$

Si risolva il problema di Cauchy

$$(CP) \quad \begin{cases} y'' + 3y' + 2y = f(x) \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si considerino le funzioni $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x, y) = e^{x-y}, \quad g(x, y) = 4x^2 - y^2 + 1.$$

(i) Si determinino

- il gradiente di f :

- il gradiente di g :

- le rette tangenti la curva $E = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 2, g(x, y) = 0\}$ nei punti in cui $y = 1$ e $y = 2$.

- il massimo e il minimo della funzione f ristretta alla curva E .

- il minimo della funzione g ristretta alla curva $L = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, f(x, y) = 2\}$.