Esame di Analisi matematica II - corsi a 9 e a 6 crediti
Prova di esercizi
Corso del Dr. Franco Obersnel
Sessione invernale, I appello

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ______________________

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-3)^n}{n!} x^{2n+1}.$$

(i) Si determini l'insieme di convergenza E della serie.

(ii) Si calcoli la somma $f : E \to \mathbb{R}$ della serie.

(iii) Si calcoli il polinomio di Taylor-Maclaurin di grado 7 della funzione f.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione

$$f(x,y) = (x^2+y^2)^2 - x^2 + y^2.$$

(i) Si determinino

- il gradiente di f:
- la matrice Hessiana di f:
- i punti critici di f:
- la natura dei punti critici di f:

(ii) Sia $L_0 = \{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 : f(x,y) = 0\}$ l'insieme di livello 0 della funzione f. Si trovino i punti di L_0 in cui localmente L_0 è il grafico di una funzione $y = g(x)$ e i punti di L_0 in cui localmente L_0 è il grafico di una funzione $x = h(y)$.

(iii) Si stabilisca, motivando la risposta, se l'insieme $\{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 : f(x,y) < 0\}$ è connesso (per archi).

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. (Per il corso a 9 CFU) Si consideri la figura piana Q, a forma di quadrifoglio con 4 petali uguali, delimitata dalla curva regolare chiusa (non semplice) di equazione polare

$$\rho = \cos(2\vartheta), \qquad \text{con } \vartheta \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}].$$

(i) Si scriva l'equazione parametrica della curva $\gamma : [-\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}] \to \mathbb{R}^2$.

(ii) Si calcoli il vettore tangente la curva nel generico punto.

(iii) Si calcolino le equazioni delle rette tangenti il sostegno di γ nell'origine $(0,0)^T$.

(iv) Si calcoli l'area della figura Q. (Suggerimento, si calcoli l'area di un singolo petalo).

ESERCIZIO N. 3. (Per il corso a 6 CFU) Si risolva il problema

$$\begin{cases} y''' + 2y'' + y' = 1 \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si calcoli il centro di massa del solido omogeneo (con densità di massa costante 1)

$$E = \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : -\sqrt{1 - x^2 - y^2} \leq z \leq 1 - x^2 - y^2 \right\}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO