

Esame di Analisi matematica II : esercizi

A.a. 2007-2008, sessione estiva, I appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5 6 **ESERCIZIO N. 1.** Si studi il carattere della serie di numeri complessi

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\cos(n)}{e^{i(\frac{\pi}{2}+n\pi)} - e^{-i(\frac{\pi}{2}+n\pi)}}.$$

RISULTATO**SVOLGIMENTO**

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione

$$f(x) = x(\cos(x^2) + \frac{2}{1-x^4}).$$

(i) Si determini la serie di Taylor-Maclaurin di f .

(ii) Si determini il raggio di convergenza della serie.

(iii) Si determini la serie di Taylor-Maclaurin di una primitiva di f .

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli il baricentro del solido omogeneo C , a forma di cono di altezza 2 e raggio di base 2, con un foro interno anch’esso di forma conica e coassiale, di altezza 1 e raggio di base 1, esprimibile ad esempio nel modo seguente:

$$C = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : z \in [0, 2]; \text{ se } z \in [0, 1] \ x^2 + y^2 \leq z^2, \text{ se } z \in [1, 2] \ (z - 1)^2 \leq x^2 + y^2 \leq z^2\}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri, al variare del parametro reale $\lambda \neq 0$, la funzione

$$f_\lambda(x, y) = x^2 + y^2(\lambda - x).$$

(i) Si determini il gradiente di f_λ .

(ii) Si determini la matrice Hessiana di f_λ .

(iii) Si determinino, in dipendenza dal parametro $\lambda \neq 0$, i punti critici di f_λ .

(iv) Si studi, in dipendenza dal parametro $\lambda \neq 0$, la natura dei punti critici di f_λ .

(v) (Facoltativo) Si studi il caso $\lambda = 0$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si determini la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y^{iv} - 3y''' + 2y'' = x. \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = 1, \\ y'''(0) = 0. \end{cases}$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri il campo vettoriale

$$g(x, y) = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}(x^4) - 4y \\ \operatorname{arctg}(y^2) - x^2 \end{pmatrix}.$$

Si calcoli la circuitazione di g lungo la frontiera, orientata positivamente, del dominio

$$D = \{(x, y)^T : y^2 \leq x \leq 1 - y^2\}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO