

**Esame di Analisi matematica II**  
**Prova di esercizi**  
**Corso del Dr. Franco Obersnel**  
**Sessione invernale, I appello**

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 1.**

Si consideri la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{-3}{n2^n} \left(\frac{x}{2} - 2\right)^n.$$

(i) Si determini il raggio di convergenza della serie.

(ii) Si determini l’insieme di convergenza della serie.

(iii) Si calcoli la somma  $f$  della serie.

(iv) Si calcoli la somma della serie numerica  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n2^n}$ .

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \frac{x - y + 2}{x + y + 2}.$$

(i) Si determinino

- il dominio di  $f$ :

- il gradiente di  $f$ :

- eventuali punti critici di  $f$ :

- gli estremi assoluti di  $f$ :

- l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, 1, f(1, 1))^T$ :

(ii) Si calcolino il minimo e il massimo di  $f$  sull'insieme  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si consideri la curva  $\gamma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\gamma(t) = (x(t), y(t))^T$ , soluzione del problema di Cauchy

$$(P) \quad \begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y \\ x(0) = 1 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

(i) Si trovi la soluzione  $\gamma$  di (P).

(ii) Si calcoli la lunghezza di  $\gamma$ .

(iii) Si calcoli l'area della regione piana racchiusa tra l'asse  $x$  e il sostegno della curva  $\gamma$ .

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri l'insieme

$$E = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : (x, y)^T \in \mathbb{R}^2, \quad 0 < z < \sqrt{x^2 + y^2} e^{-\sqrt{x^2 + y^2}}\}.$$

(i) Si calcoli il volume generalizzato di  $E$ .

(ii) Si calcoli il baricentro di  $E$ .