

Esame di Analisi matematica II
Prova di esercizi
Corso del Prof. Franco Obersnel
Sessione invernale, III appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1.

Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \left((1-x)^n + \left(1 - \frac{1}{x}\right)^n \right)$$

(i) Si determini l’insieme di convergenza E della serie.

(ii) Si determinino gli $x \in E$ tali che $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \left((1-x)^n + \left(1 - \frac{1}{x}\right)^n \right) = 0$.

ESERCIZIO N. 2.

Si consideri la figura piana E definita da

$$\{(0, y)^T \in \mathbb{R}^2 : y \in \mathbb{R}\} \cup \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : 0 < |x| \leq 1, y^2 \leq (\log |x|)^2\}.$$

(i) Si calcoli l’area (generalizzata) di E .

(ii) Si calcoli il perimetro (generalizzato) di E (cioè la lunghezza del bordo di E).

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Al variare di $a \in \mathbb{R}$ si consideri il problema di Cauchy

$$(CP_a) \quad \begin{cases} y' = \frac{1}{x+y} - 1, \\ y(a) = a. \end{cases}$$

(i) Si determini l'insieme $A \subseteq \mathbb{R}$ dei numeri a per i quali il problema di Cauchy (CP_a) ammette soluzione.

(ii) Per $a \in A$ si determini la soluzione del problema (CP_a) , specificandone il dominio.

(Sugg. nella risoluzione potrebbe essere utile un'opportuna sostituzione della variabile funzionale y)

(iii) Si determinino gli eventuali valori di $a \in A$ per i quali la soluzione del problema (CP_a) ha come dominio massimale esattamente l'intervallo $]0, +\infty[$.

ESERCIZIO N. 4.

Si vuole costruire una scatola a forma di prisma retto a base rettangolare, senza coperchio. Il materiale di costruzione utilizzato per il fondo e per la parte frontale della scatola è cinque volte più costoso di quello impiegato per la parte posteriore e per i fianchi. La scatola deve contenere un volume di $\frac{12}{25}$ metri cubi. Quali dovrebbero essere le dimensioni (larghezza x , profondità y e altezza z) della scatola per rendere minimo il costo di produzione?

RISULTATO

SVOLGIMENTO