Esame di Analisi matematica II
Prova di esercizi
Corso del Dr. Franco Obersnel
Sessione estiva, I appello

COGNOME e NOME ________________ **N. Matricola** ________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ________________

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n \frac{n}{(2x)^n}.$$

(i) Si determini l'insieme di convergenza della serie.

(ii) Si stabilisca se la serie converge uniformemente sull'intervallo $]\frac{1}{2}, 1[$.

(iii) Si stabilisca se la serie converge uniformemente sull'intervallo $]1, 2[$.

(iv) Si calcoli la somma della serie.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = (2x - y)e^{-x^2+y}.$$

(*i*) Si determinino

• il gradiente di f:

• i punti critici di f:

(*ii*)

• Si verifichi che per ogni $(x, y)^T \in \mathbb{R}^2$ si ha $2x - y \leq x^2 - y + 1$.

• Si provi che per ogni $t \in \mathbb{R}$ si ha $(t + 1)e^{-t} \leq 1$.

• Si utilizzino le osservazioni fatte per provare che $f(x, y) \leq 1$ per ogni $(x, y)^T \in \mathbb{R}^2$.

(*iii*) Si calcolino, giustificando la risposta, $\inf f$ e $\sup f$.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ______________

ESERCIZIO N. 3. Si determini la curva $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, con $\gamma(t) = (x(t), y(t))^T$, soluzione del sistema di equazioni differenziali lineari

$$\begin{cases} x'' + x' - e^t = 0 \\ y'' + y - e^{-t}x = 0 \end{cases}$$

e verificante le condizioni $\gamma(0) = \left(1, \frac{3}{4}\right)^T$ e $\gamma'(0) = \left(\frac{1}{2}, 0\right)^T$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la curva $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$\gamma(t) = \big((\cos t)^3, (\operatorname{sen} t)^3\big)^T.$$

(*i*) Si descriva la curva γ, stabilendo in particolare se si tratta di una curva regolare.

(*ii*) Si calcoli la lunghezza della curva γ.

(*iii*) Si calcoli l'area della regione limitata delimitata dalla curva γ.