

Esame di Analisi matematica II
Prova di esercizi
Corso del Dr. Franco Obersnel
Sessione “autunnale”, appello unico

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1.

Si consideri la serie a termini complessi $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-2)^n}{(n+1)!} (n! x^{2n+2} + 2i x^{-1-n})$.

(i) Si determini l’insieme di convergenza della serie.

(ii) Si calcoli la somma della serie.

ESERCIZIO N. 2. Si considerino le funzioni $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definite da

$$f(x, y) = 3x^2 + 2xy + y^2; \quad g(x, y) = 2x^2 + y^2.$$

(i) Si calcolino i gradienti di f e g .

(ii) Si calcolino il minimo e il massimo della funzione f ristretta all’ellisse di equazione $g(x, y) = 6$.

(iii) Si calcolino il minimo e il massimo della funzione g ristretta all’ellisse di equazione $f(x, y) = 12$.

(iv) Quanti sono i punti di intersezione delle ellissi di equazione $g(x, y) = 6$ e $f(x, y) = 12$?

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si consideri, al variare di $n \in \mathbb{N}^+$, l'equazione differenziale

$$(E_n) \quad y' = \frac{x+y}{n}.$$

(i) Si trovino, per n fissato, tutte le soluzioni dell'equazione (E_n) .

(ii) Si determini la soluzione y_n di (E_n) che soddisfa la condizione iniziale $y_n(0) = 0$.

(iii) Si provi che la successione $(y_n)_n$ è puntualmente convergente in \mathbb{R} .

(iv) Si provi che la successione $(y_n)_n$ non è uniformemente convergente in \mathbb{R} .

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il solido

$$E = \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - 1 \leq z \leq 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \right\}.$$

(i) Si calcoli il volume di E .

(ii) Si calcoli l’area del bordo di E .