Esame di Analisi matematica II - corsi a 9 e a 6 crediti
Prova di esercizi
Corso del Dr. Franco Obersnel
Sessione invernale, III appello

COGNOME e NOME _____ **N. Matricola** _____

Anno di Corso _____ **Laurea in Ingegneria** _____

ESERCIZIO N. 1. (Per il corso a 6 crediti) Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^x e^{-xy^2}\, dy.$$

(i) Si calcoli $f'(x)$.

(ii) Si scriva lo sviluppo in serie di Taylor-Maclaurin della funzione e^{-t}.

(iii) Si scriva lo sviluppo in serie di Taylor-Maclaurin della funzione $f(x)$.

(iv) Si scriva lo sviluppo in serie di Taylor-Maclaurin della funzione $f'(x)$.

ESERCIZIO N. 2. (per il corso a 9 crediti) Si consideri il campo vettoriale

$$g(x,y) = \left(2x^2 + 3y + 1, 3y^2 + 2x - 1\right)^T .$$

(i) Si calcoli la circuitazione del campo g lungo la curva $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$\gamma(t) = (3\cos t, -2\sin t)^T .$$

(ii) Si determini una funzione $\varphi \in C^\infty(\mathbb{R})$ tale che il campo $h(x,y) = g(x,y) + \Big(0, \varphi(x)\Big)^T$ sia conservativo.

(iii) Si trovi un potenziale di h.

COGNOME e NOME _____ **N. Matricola** _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli il limite, per $x \to +\infty$, di tutte le soluzioni dell'equazione

$$y'' - 4y' + y = e^{-x}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4.

(i) Si calcoli la massa dell'ellissoide

$$C = \left\{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : 4x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\right\},$$

avente densità $\mu(x, y, z) = |z|$.

(ii) Si determini il raggio della sfera di centro l'origine avente densità $\mu(x, y, z) = |z|$ e massa uguale a quella dell'ellissoide del punto (i).

ESERCIZIO N. 5. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x^2y + 2y^4 - y.$$

Si determinino

• il gradiente di f:

• la matrice Hessiana di f:

• i punti critici di f:

• la natura dei punti critici di f:

• gli estremi assoluti di f:

• l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 1, f(1, 1))^T$:

• l'equazione della retta tangente la curva di livello $L_2 = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) = 2\}$ nel punto $(1, 1)^T$: