

Esame di Analisi matematica II
Prova di esercizi
Corso del Dr. Franco Obersnel
Sessione estiva, I appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1.

(i) Si scriva la serie di Taylor-Maclaurin della funzione $f(t) = te^{-t}$.

(ii) Si calcoli un valore stimato del numero

$$\iint_{[0,1] \times [0,1]} xy e^{-xy} dx dy,$$

tollerando un errore inferiore a 10^{-2} .

ESERCIZIO N. 2. In un sistema di riferimento cartesiano si consideri l'ellisse E di equazione

$$x^2 - 3xy + 5y^2 = 1.$$

(i) Si determinino i punti di E che hanno massima distanza dall'origine.

(ii) Si trovino i punti P di E in cui la retta tangente all'ellisse è ortogonale alla retta congiungente il punto P con l'origine $(0, 0)$.

(iii) Si trovino i punti di E in un intorno dei quali l'ellisse è rappresentabile come grafico di una funzione nella variabile x .

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si determini una funzione $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che, per ogni $x \in \mathbb{R}$, verifichi l'equazione

$$u(x) = 1 + \int_0^x u(t) \operatorname{sen}(t) dt.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. (Esercizio per il corso a 6 crediti) Un solido E è costituito da una palla di raggio 5 centimetri in cui è stato scavato sulla verticale un foro a forma di cono di apertura 90 gradi con vertice rivolto verso il basso posto 1 centimetro sopra il centro della palla. Il solido può pertanto essere descritto nel modo seguente:

$$E = \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 25, \quad z \leq 1 + \sqrt{x^2 + y^2} \right\}.$$

Si calcoli il volume del solido E .

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. (Esercizio per il corso a 9 crediti) Si considerino la calotta sferica

$$E = \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, \quad z \geq \sqrt{3(x^2 + y^2)} \right\}$$

e il campo vettoriale

$$g(x, y, z) = (x - y + z, -y + z, x + y + z)^T.$$

<p>(i) Si calcoli l'area della superficie E.</p>

<p>(ii) Si calcoli il rotore di g.</p>

<p>(iii) Si calcoli la circuitazione $\oint_{\partial E} \langle g, \tau \rangle ds$ del campo g lungo il bordo della superficie E.</p>
--