

Esame di Analisi matematica II - corsi a 6 e a 9 crediti

Prova di esercizi

Corso del Dr. Franco Obersnel

Sessione “autunnale”, appello unico

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1.

Al variare del parametro reale $a > 0$ si consideri la serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} (ax-1)^{n+1}$.

(i) Si determini il raggio di convergenza della serie.

(ii) Si determini l’insieme di convergenza della serie.

(iii) Si determini la somma della serie.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la superficie Σ definita dall’equazione

$$z^3 + z - x^2y + xy^2 = 0.$$

(i) Si provi che in ogni suo punto la superficie Σ si può rappresentare localmente come il grafico di una funzione g nelle variabili x e y .

(ii) Si trovino i punti di Σ in cui il piano tangente è parallelo al piano xy .

(iii) Si scriva l’equazione del piano tangente la superficie Σ nel punto $(1, 1, 0)^T$.

(iv) Si provi che Σ si può rappresentare globalmente come il grafico di una funzione g nelle variabili x e y , cioè esiste $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\Sigma = \{(x, y, g(x, y))^T \in \mathbb{R}^3 : (x, y)^T \in \mathbb{R}^2\}$ (suggerimento: si osservi che la funzione $f(z) = z^3 + z$ è strettamente monotona).

(v) Si stabilisca se la g definita in (iv) ammette punti di minimo e/o massimo relativo.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si determinino i valori del parametro reale a per cui tutte le soluzioni dell'equazione differenziale lineare

$$y'' - 2ay' + 4y = \sin x$$

sono limitate sull'intervallo $[0, +\infty[$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. (corso a 6 crediti) Si calcoli il baricentro del solido omogeneo E definito da

$$E = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \quad 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. (Per il corso a 9 crediti) Si calcoli il baricentro della curva rappresentata in coordinate polari dall’equazione $\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}e^\vartheta$, $\vartheta \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO