

Esame di Analisi matematica II  
Prova di esercizi  
Corso del prof. Franco Obersnel  
Sessione “autunnale”, appello unico

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 1.**

(i) Si studi il carattere della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \operatorname{sen} \left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n^2}$ .

(ii) Si studi il carattere della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(1 - \operatorname{sen} \left(\frac{1}{n}\right)\right)^n$ .

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri la funzione  $f(x, y) = x^4 - x^2 + y^2$ .

(i) Si determinino:

- il gradiente e la matrice Hessiana di  $f$ :

- eventuali punti critici di  $f$  e la loro natura:

- si stabilisca se  $f$  ammette massimo e/o minimo assoluti su  $\mathbb{R}^2$ :

(ii) Si consideri l’insieme  $E = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2; |y| \leq \sqrt{3}x\}$ . Si calcolino il massimo e il minimo di  $f$  su  $E$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si considerino l'insieme piano

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2x; y \geq x\}$$

e il solido

$$S = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : (x, y)^T \in E, x^2 + y^2 \leq z \leq 2x\}.$$

(i) Si disegni l'insieme  $E$  e lo si rappresenti in coordinate polari centrate nell'origine.

(ii) Si calcoli l'integrale  $\iiint_S y \, dx \, dy \, dz$ .

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri il sistema lineare di equazioni differenziali

$$(S) \quad \begin{cases} x' = x + y, \\ y' = 2y + \operatorname{sen}(t). \end{cases}$$

(i) Si determini la generica soluzione del sistema (S).

(ii) Si stabilisca se il sistema (S) ammette soluzioni limitate su  $\mathbb{R}$ .