

Esame di Analisi matematica II
Prova di esercizi
Corso del prof. Franco Obersnel
Sessione “autunnale”, appello unico

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1.

(i) Si studi il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \operatorname{sen} \left(\frac{1}{n}\right)\right)^{n^2}$.

(ii) Si studi il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(1 - \operatorname{sen} \left(\frac{1}{n}\right)\right)^n$.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione $f(x, y) = x^4 - x^2 + y^2$.

(i) Si determinino:

- il gradiente e la matrice Hessiana di f :

- eventuali punti critici di f e la loro natura:

- si stabilisca se f ammette massimo e/o minimo assoluti su \mathbb{R}^2 :

(ii) Si consideri l’insieme $E = \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2; |y| \leq \sqrt{3}x\}$. Si calcolino il massimo e il minimo di f su E .

COGNOME e NOME _____

ESERCIZIO N. 3. Si considerino l'insieme piano

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2x; y \geq x\}$$

e il solido

$$S = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : (x, y)^T \in E, x^2 + y^2 \leq z \leq 2x\}.$$

(i) Si disegni l'insieme E e lo si rappresenti in coordinate polari centrate nell'origine.

(ii) Si calcoli l'integrale $\iiint_S y \, dx \, dy \, dz$.

ESERCIZIO N. 4. Si consideri il sistema lineare di equazioni differenziali

$$(S) \quad \begin{cases} x' = x + y, \\ y' = 2y + \sin(t). \end{cases}$$

(i) Si determini la generica soluzione del sistema (S).

(ii) Si stabilisca se il sistema (S) ammette soluzioni limitate su \mathbb{R} .