Esame di Analisi matematica II
Prova di esercizi

Corso del Prof. Daniele Del Santo ◯ Prof. Franco Obersnel ◯

Sessione estiva, I appello

COGNOME e NOME ________________________ **N. Matricola** ____________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ________________________

ESERCIZIO N. 1. Si consideri, per $x \neq 0$, la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^x}{x^n}.$$

(i) Si determini l'insieme di convergenza E della serie.

(ii) Si osservi che per ogni $x \in E \cap]-\infty, 0[$ la serie verifica le condizioni di Leibniz. Si utilizzi la formula di stima dell'errore per provare che la serie converge uniformemente su $E \cap]-\infty, 0[$.

(iii) Si provi che la serie non converge uniformemente su $E \cap]0, +\infty[$.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione $f(x,y,z) = x^3 + yz - z$ ristretta alla superficie di equazione parametrica $\varphi(u,v) = (u,v,2uv)^T$, con $\varphi : [-1,1] \times [-1,1] \to \mathbb{R}^3$.

(i) Si determinino i punti di minimo e massimo relativo $(x,y,z)^T$ della funzione f ristretta alla superficie φ, tali che $(x,y)^T \in \,]-1,1[\, \times \,]-1,1[$.

(ii) Si determinino il minimo e il massimo assoluti della funzione f ristretta alla superficie φ.

COGNOME e NOME ____

ESERCIZIO N. 3. Si consideri l'equazione differenziale

$$(E) \qquad y' = 8x - 2xy^2.$$

(i) Si determini la soluzione y di (E) che soddisfa la condizione iniziale $y(0) = -2$.

(ii) Si determini la soluzione y di (E) che soddisfa la condizione iniziale $y(0) = 0$.

(iii) Si calcoli $\lim_{x \to +\infty} y(x)$, dove y è la funzione determinata in (ii).

ESERCIZIO N. 4.

Si consideri il solido omogeneo

$$K = \left\{(x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2-1 \le z \le 1-\sqrt{x^2+y^2}\right\}.$$

(i) Si calcoli il momento di inerzia rispetto all'asse z di K: $I_z = \iiint_K (x^2+y^2)\, dxdydz$.

(ii) Si calcoli il flusso uscente dal bordo di K del campo $g(x,y,z) = (x^3+y, z^2-x, 3y^2z)^T$.