Esame di Analisi matematica II
Prova di esercizi

Corso del prof. Franco Obersnel
Sessione autunnale, appello unico

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso ________ **Laurea in Ingegneria** ______________________

ESERCIZIO N. 1.

Si consideri la serie di potenze $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)!} x^{2n}$. Detto E l'insieme di convergenza della serie, si consideri la funzione $f : E \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)!} x^{2n}.$$

(i) Si determini l'insieme di convergenza E della serie.

(ii) Si calcolino $f'(x)$ e $f''(x)$.

(iii) Si verifichi che 0 è un punto di massimo relativo per la funzione f.

(iv) Si calcoli $f(1)$.

ESERCIZIO N. 2. Si considerino il campo vettoriale

$$g(x, y) = (\cos x, y \operatorname{sen} x)^T$$

e la superficie piana

$$\Sigma = \{(x, y)^T \in \mathrm{I\!R}^2 : x \in [0, \pi],\ \operatorname{sen} x \le y \le x\}.$$

(i) Si calcoli l'area di Σ.

(ii) Si calcoli il lavoro $\displaystyle\int_{\partial\Sigma} \langle g, \tau \rangle \, ds$.

(iii) Si calcoli il flusso di g uscente dal bordo di E: $\displaystyle\int_{\partial\Sigma} \langle g, \nu \rangle \, ds$.

COGNOME e NOME ______________________________

ESERCIZIO N. 3. Si risolva l'equazione differenziale

$$x'' + \omega^2 x = 2\sin(2t);$$

al variare di $\omega \in \mathbb{R}$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzioni $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$g(r) = re^{-r}$$

e si ponga $f(x, y) = g\big(\|(x, y)^T\|\big)$.
(Il simbolo $\|\cdot\|$ indica la norma euclidea).

(*i*) Si calcoli $\displaystyle\lim_{\|(x,y)^T\|\to+\infty} f(x, y) =$

(*ii*) Si calcoli $\nabla f(x, y) =$

(*iii*) Si stabilisca, giustificando la risposta, se f è differenziabile nell'origine $(0, 0)^T$.

(*iv*) Si determinino i punti critici di f, specificandone la natura.

(*v*) Si determinino $\inf f$ e $\sup f$, specificando se sono minimo e massimo.