

III PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA II

A.a. 2006–2007. Pordenone, 1 giugno 2007

COGNOME e NOME _____ Matr. N. _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si risolvano i problemi di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (3x^2 - x) \cos^2 y \\ y(0) = a, \end{cases}$$

con $a \in \{-\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}\}$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si consideri il campo vettoriale $g : A(\subset \mathbb{R}^2) \rightarrow \mathbb{R}^2$, con $A = \{(x, y)^T : y > x\}$, definito da

$$g(x, y) = \left(\frac{1 - x + y}{x - y}, \frac{1}{y - x} \right)^T.$$

(i) Si calcoli il rotore di g in A .

(ii) Si dica, giustificando la risposta, se g è conservativo in A e in caso affermativo si trovi un potenziale di g in A .

(iii) Si calcoli $\int_{\gamma} \langle g, \tau \rangle ds$, dove $\gamma(t) = (t - e^t, t + \log t)^T$, $t \in [1, e]$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si considerino la superficie Σ avente rappresentazione parametrica

$$\varphi(u, v) = (uv, u + v, u^3)^T, \quad \text{con } (u, v)^T \in [0, 1] \times [0, 1]$$

e il campo vettoriale

$$g(x, y, z) = (0, \sqrt[3]{z}, 1)^T.$$

(i) Si determinino i vettori $\varphi_u(u, v)$ e $\varphi_v(u, v)$ tangenti alle linee coordinate.

(ii) Si determini il vettore $(\varphi_u \wedge \varphi_v)(u, v)$ normale a Σ .

(iii) Si calcoli il flusso $\iint_{\Sigma} \langle g, \nu \rangle d\sigma$ di g attraverso Σ .