

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
Dr. Franco Obersnel  
A.a. 2005-2006, sessione invernale, II appello

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

Si risolvano gli esercizi :    1     2         3     4         5     6

**ESERCIZIO N. 1.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x}{1-x}.$$

(i) Si verifichi che la funzione  $f$  è invertibile calcolando esplicitamente la sua inversa  $f^{-1} : \text{im}f \rightarrow \text{dom}f$  ( $\text{dom}f$  indica il dominio di  $f$  e  $\text{im}f$  indica l’insieme immagine di  $f$ ).

(ii) Si stabilisca se  $f$  è monotona sul suo dominio.

(iii) Si determini l’insieme  $f^{-1}([-2, 1]) = \{x \in \text{dom}f \mid f(x) \in [-2, 1]\}$ .



COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si calcoli, facendo uso dei limiti notevoli,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log^2(ex) - 1}{\text{sen}(1-x)}.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \min\left\{x^2, \frac{1}{1+x^2}\right\}.$$

(i) Si determinino:

• l’insieme  $A = \{x \in \mathbb{R} : f(x) = x^2\}$ :

• l’insieme  $B = \{x \in \mathbb{R} : f(x) = \frac{1}{1+x^2}\}$ :

•  $f'(x) =$

• i segni di  $f'$ :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni  $x \in \text{dom}f$  dell’equazione  $f(x) = t$ , al variare di  $t \in \mathbb{R}$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.** Si calcoli l'integrale generalizzato

$$\int_{-\infty}^0 \frac{e^{3t}}{e^{2t} + 1} dt.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 6.** Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^x \sin(t^2) dt}{\int_0^{x^4} \cos(t^2) dt}.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**