

I PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA I

A.a. 2005–2006. Pordenone, 28 ottobre 2005

COGNOME e NOME _____ Matr. N. _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si consideri l’insieme

$$E = \mathbb{Z}^- \cup \{x \in \mathbb{Q} : 2 \leq x^2 \leq 4\},$$

dove \mathbb{Z}^- indica l’insieme dei numeri interi negativi.

(i) Si determinino

• $\inf E =$

• $\sup E =$

• l’insieme dei punti di accumulazione di E :

• l’insieme dei punti isolati di E :

• l’insieme dei punti interni di E :

(ii) Si dica se esistono $\min E$ e $\max E$.

ESERCIZIO N. 2.

Si definisce per ricorrenza la successione $\langle x_n \rangle_n$ ponendo

$$x_0 = \frac{1}{2} \text{ e, per ogni } n \in \mathbb{N}, x_{n+1} = x_n \cdot (1 - x_n).$$

(i) Si verifichi, per induzione, che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $0 < x_n < 1$.

(ii) Si stabilisca, motivando la risposta, se la successione $\langle x_n \rangle_n$ è monotona, specificando il tipo di monotonia.

(iii) Si stabilisca, motivando la risposta, se esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$.

COGNOME e NOME _____

ESERCIZIO N. 3. Si ponga

$$f(x) = \arcsin(2 + x) - \log_2(x^2 - 2) + 1.$$

(i) Si determini, giustificando la risposta, il dominio di f .

(ii) Si provi la monotonia di f , stabilendo se f è crescente o decrescente.

(iii) Si determinino l’estremo inferiore e l’estremo superiore dell’insieme immagine di f , specificando se sono il minimo e il massimo rispettivamente.

(iv) Si dimostri che f cambia segno sul suo dominio.