

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Dr. Franco Obersnel
A.a. 2007-2008, sessione invernale, II appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5 6

ESERCIZIO N. 1. Si consideri l’insieme di numeri reali

$$E = [0, 1] \setminus \left\{ \frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

(i) Si determinino:

• $\inf E =$

• $\sup E =$

• l’insieme dei punti di accumulazione di E :

• l’insieme dei punti isolati di E :

• l’insieme dei punti interni di E :

(ii) Si dica se esistono $\min E$ e $\max E$.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la successione $\langle x_n \rangle_n$ definita da

$$x_n = \sqrt[n]{3^n + (1 - (-1)^n) 4^n}.$$

- i) Si provi che la successione $\langle x_n \rangle_n$ è inferiormente limitata.
- ii) Si provi che la successione $\langle x_n \rangle_n$ è superiormente limitata, ad esempio verificando che, per ogni n , $x_n \leq 12$.
- iii) Si stabilisca se la successione $\langle x_n \rangle_n$ ammette qualche sottosuccessione convergente e, in caso affermativo, si indichi il limite di tale sottosuccessione.
- iv) Si stabilisca, motivando la risposta, se la successione $\langle x_n \rangle_n$ è convergente.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli, usando i limiti notevoli

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos(1/x) - 2 + e^{2/x}}{\log(1 + 3/x)}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = (x^2 + 1)e^{-x}.$$

(i) Si determinino:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $f'(x) =$

- i segni di f' :

- la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

- $f''(x) =$

- i segni di f'' :

- la concavità, la convessità, i punti di flesso di f :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \mathbb{R}$ dell'equazione $f(x) = \alpha$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si calcoli

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen} x}{1 - \cos^2 x} dx.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_{x^2}^x e^{t^2} dt.$$

(i) Si calcoli

- $f'(x) =$

- $f''(x) =$

- il polinomio di Taylor-Mac Laurin di ordine 2 di f :

(ii) Si determinino, giustificando le risposte,

- $\text{ord}_0 f =$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$