Esame di Analisi matematica I : esercizi
Dr. Franco Obersnel
A.a. 2008-2009, sessione estiva, II appello

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ______________________

Intende sostenere la prova di teoria oggi? sì ◯ no ◯

Si risolvano gli esercizi : 1 ◯ 2 ◯ 3 ◯ 4 ◯ 5 ◯ 6 ◯

ESERCIZIO N. 1. In una villa avente dieci stanze sono ospitati undici personaggi illustri: tre re e otto capi di governo. In quanti modi si possono sistemare gli ospiti cosí che i re siano alloggiati ciascuno in una stanza singola e nessuna stanza ospiti piú di due persone?

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Per ogni $m \in \mathbb{Z}$, si ponga

$$z_m = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^m .$$

(i) Si determini la rappresentazione polare di z_m.

(ii) Si determini, giustificando la risposta, $\lim_{m \to +\infty} z_m$.

(iii) Posto $E = \{z_m : m \in \mathbb{Z}\}$, si stabilisca, giustificando la risposta, se

- E è chiuso:

- E è limitato:

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si dimostri che la funzione $f :]0,2[\to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1-2x}{x} - \ln(2-x)$$

si annulla in due punti x_1, x_2 tali che $0 < x_1 < 1 < x_2 < 2$.

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Sia

$$f(x) = x - \operatorname{arcsen} \sqrt{x}$$

(i) Si determinino

- il dominio di f:

- $f'(x) =$

- i segni di f':

- la crescenza, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f:

- i segni di f:

- $f''(x) =$

- i segni di f'':

- la concavità, la convessità, i punti di flesso di f:

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 5. Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{-\operatorname{sen} x}{1 + (1 + \cos x)^2}.$$

(i) Si determini una primitiva di f su $\mathbb{R}$.

(ii) Si calcoli l'integrale $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\, dx$.

(iii) Si stabilisca se f è integrabile in senso generalizzato su $\mathbb{R}$.

ESERCIZIO N. 6. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ per i quali risulta assolutamente convergente la serie di numeri complessi

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{iz+1}{i-2\bar{z}} \right)^n ,$$

dove $\bar{z}$ indica il coniugato del numero complesso z.

RISULTATO

SVOLGIMENTO