

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Dr. Franco Obersnel
A.a. 2003-2004, sessione invernale, II appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5 6

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la funzione

$$f(x) = 2 - |x| + |2x - 1|.$$

i) Si tracci il grafico di f .

ii) Sia $g(x) = f(|x|)$. Si tracci il grafico di g .

iii) Si ponga $h(x) = 2^{f(x)}$ per $x \in] - \infty, 0]$. Si scriva esplicitamente l’espressione della funzione inversa di h , specificandone il dominio.

ESERCIZIO N. 2. Per $n \in \mathbb{N}$, sia

$$x_n = (-2)^{-n}, \quad A =] - 1, 0[\cup \{x_n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad \text{e} \quad y_n = \sum_{i=0}^n x_i.$$

- i) Si stabilisca se la successione $\langle x_n \rangle$ è limitata, se è monotona, se esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$.
- ii) Si trovino $\inf A$ e $\sup A$, e si stabilisca se A ammette minimo e/o massimo.
- iii) Si determinino i punti di accumulazione, i punti isolati e i punti interni di A .
- iv) Si trovi un'espressione compatta per y_n (che eviti la sommatoria).
- v) Si calcoli, se esiste, $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli, usando i limiti notevoli,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - 6x)^{\frac{5}{6}}}{\sin(5x)}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = x + 2 \log \left(1 + \frac{1}{x} \right).$$

(i) Si determinino:

• il dominio di f :

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x)$:

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

• gli asintoti di f :

(ii) Si determini, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni $x \in \text{dom} f$ dell’equazione $f(x) = \alpha$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si calcolino tutte le primitive della funzione

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{1-x}}$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri, per $x > -1$, la funzione

$$f(x) = \int_x^{x^2} \log(1+t) dt.$$

(i) Si determinino

- $f'(x)$:

- $f''(x)$:

- il polinomio di Taylor-Mac Laurin P_2 di ordine 2 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione f :

- $\text{ord}_0 f =$