

II PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA I

A.a. 2006–2007. Pordenone, 24 novembre 2006

COGNOME e NOME _____ Matr. N. _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Sia

$$f(x) = \frac{(4^x - 4) \cdot \operatorname{arctg} x}{x^2 - x}.$$

(i) Si determini, usando i limiti notevoli e giustificando la risposta, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(ii) Si determini, usando i limiti notevoli e giustificando la risposta, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

(iii) Si provi che esiste almeno una soluzione dell’equazione $f(x) = \pi$.

ESERCIZIO N. 2. Sia

$$f(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{se } x \leq 0; \\ 2x(x^2), & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

(i) Si calcolino

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

(ii) Si determini, giustificando la risposta, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(iii) Si calcoli $f'(x)$ nei punti in cui f è derivabile.

(iv) Si determinino, giustificando la risposta,

$$f'_-(0) =$$

$$f'_+(x) =$$

(v) Si determinino i punti di annullamento e i segni di f' .

(vi) Si determinino gli intervalli di \mathbb{R} su cui f è crescente o decrescente.

(vii) Si determinino i punti di estremo relativo di f .

(viii) Si determinino gli estremi assoluti di f .

(ix) Si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(1, 2)$.