

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Dr. Franco Obersnel
A.a. 2004-2005, sessione invernale, III appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5 6

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la successione di numeri reali di termine generale

$$a_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^{-k}.$$

(i) Si calcoli $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n =$

(ii) Si usi la definizione di limite per giustificare la risposta data al quesito precedente.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \{\arctg n : n \in \mathbb{N}\} \cup \left]0, \frac{\pi}{4}\right[.$$

Si determinino :

• $\inf E =$

• $\sup E =$

• i punti di accumulazione di E :

• i punti isolati di E :

• i punti interni di E :

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si dimostri che l'equazione

$$e^{\frac{1}{x}} = \log|x|$$

ha esattamente una soluzione positiva e almeno una soluzione negativa.

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = x^3 + |x|.$$

(i) Si determinino:

• i segni di f :

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x) =$

• $f'_-(0) =$

$f'_+(0) =$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

(ii) Si dimostri che la funzione $g = f|_{]0,+\infty[}$ è invertibile.

(ii) Si calcoli $(g^{-1})'(2) =$

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si calcoli

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \arccos x \, dx.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^{2x} \sin \left(\int_0^t 2^s ds \right) dt.$$

(i) Si determinino

- $f'(x) =$

- $f''(x) =$

(ii) Si determini, giustificando la risposta, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$.