II PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA I

A.a. 2003–2004. Pordenone, 20 novembre 2003

COGNOME e NOME ______________________ **Matr. N.** __________

Anno di Corso __________ **Laurea in Ingegneria** ______________ __________

ESERCIZIO N. 1. Usando i limiti notevoli noti si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\log(1 + \operatorname{sen} x)}{1 - 2^x}.$$

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione $f_\alpha : [-\pi, \pi[\to \mathbb{R}$ definita da

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} -e^{\operatorname{sen} x} & \text{se } -\pi \le x \le 0, \\ \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) + x + \alpha & \text{se } 0 < x < \pi; \end{cases}$$

dove $\alpha \in \mathbb{R}$.

i) Si dica per quali valori di α la funzione f_α è crescente sull'intervallo $[0, \pi[$. (Si mostri il ragionamento!)

ii) Si determini il parametro α in modo tale che la funzione f_α sia continua su tutto il dominio. (Si mostri il ragionamento!)

iii) Si verifichi che per tale valore di α, la funzione f_α ha esattamente uno zero sul suo dominio. (Si mostri il ragionamento!)

iv) Si stabilisca, motivando la risposta, se la f_α ammette massimo e/o minimo assoluti sul dominio. (Si mostri il ragionamento!)

COGNOME e NOME ______________________________

ESERCIZIO N. 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = xe^x - e^{\frac{1}{x}}.$$

1) Si calcolino i seguenti limiti: (è sufficiente il risultato)

i) $\lim_{x \to -\infty} f(x) =$

ii) $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$

iii) $\lim_{x \to 0^-} f(x) =$

iv) $\lim_{x \to 0^+} f(x) =$

2) a) Si calcoli la derivata della funzione f nel generico punto del dominio.

b) Si scriva l'equazione della retta tangente il grafico di f nel punto $(1, 0)$.

c) Posto $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$, si calcolino (usando la definizione) $g'_-(0)$ e $g'_+(0)$.