

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
Dr. Franco Obersnel  
A.a. 2006-2007, sessione estiva, II appello

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 1.** Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \left\{ \cos \frac{\pi}{n} : n \in \mathbb{N}^+ \right\} \cup \{x \in \mathbb{Q}^+ : 2 < x^2 \leq 6\}.$$

(i) Si determinino :

•  $\inf E =$

•  $\sup E =$

• l'insieme dei punti di accumulazione di  $E$  :

• l'insieme dei punti isolati di  $E$  :

• l'insieme dei punti interni di  $E$  :

(ii) Si dica se esistono  $\min E$  e  $\max E$ .

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x+1} - 2x.$$

(i) Si determinino:

• il dominio di  $f$ :

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

•  $f'(x) =$

•  $f'(-1) =$

• i segni di  $f'$ :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

(ii) Si provi che esiste un unico  $x \in \mathbb{R}$  tale che  $f(x) = 0$ :

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si calcoli

$$\int_{-1}^1 \frac{|x|}{(1-x^2)^{3/4}} dx.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^x (1 + \sin^2(2t)) dt.$$

(i) Si determinino, giustificando le risposte,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

(ii) Si calcoli  $f'(x) =$

(iii) Si dimostri che  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è biiettiva.