

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Dr. Franco Obersnel
A.a. 2005-2006, sessione invernale, I appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5 6

ESERCIZIO N. 1. Si consideri l’insieme di numeri reali

$$E = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 \geq 3\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}.$$

Si determinino :

• $\inf E =$

• $\sup E =$

• l’insieme dei punti di accumulazione di E :

• l’insieme dei punti di interni di E :

• l’insieme dei punti interni di $\mathcal{C}E$:

NB: $\mathcal{C}E$ indica il complementare di E in \mathbb{R} .

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{1-x} \right).$$

i) Si determinino il dominio e i segni di f .

ii) Si stabilisca (usando metodi elementari, senza derivata) se la funzione f è monotona sul suo dominio, o eventualmente su alcuni sottointervalli significativi.

iii) Si determinino:

• $\sup f =$

• $\inf f =$

iv) Si verifichi che f è invertibile sul suo dominio e si determini un’espressione esplicita per la funzione inversa di f , specificandone il dominio.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli, facendo uso dei limiti notevoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right) - \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) \right].$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = x + \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{x+1} \right).$$

(i) Si determinino:

• il dominio di f :

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x) =$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \operatorname{dom} f$ dell'equazione $f(x) = t$, al variare di $t \in \mathbb{R}$.

(iii) Si provi che f è invertibile con inversa continua.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si calcoli l'integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}} dx.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri, per $|x| < \frac{\pi}{4}$, la funzione

$$f(x) = \int_0^{2x} \log(\cos t) dt.$$

(i) Si determinino

- $f'(x) =$

- $f''(x) =$

- $f'''(x) =$

- $\text{ord}_0 f =$

- i punti di annullamento e i segni di f'' :

(ii) Si studi la convessità, la concavità e l'esistenza di punti di flesso di f sull'intervallo $]-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}[$.