Esame di Analisi matematica I : esercizi

Dr. Franco Obersnel

A.a. 2005-2006, sessione invernale, I appello

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** ________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ______________________

Si risolvano gli esercizi : **1** ○ **2** ○ **3** ○ **4** ○ **5** ○ **6** ○

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la successione $(x_n)_{n\geq 2}$, dove

$$x_n = \sum_{k=2}^{n} \binom{n}{k} n^{-k}.$$

(i) Si usi la formula del binomio di Newton per scrivere x_n in forma esplicita.

(ii) Si stabilisca se la successione $(x_n)_{n\geq 2}$ è limitata.

(iii) Si stabilisca se la successione $(x_n)_{n\geq 2}$ è monotona.

(iv) Si calcoli $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione
$$f(x) = \log(\operatorname{sen}\frac{1}{x}).$$

(i) Si determini l'insieme E dei punti di annullamento di f.

(ii) Si determinino

- $\inf E =$
- $\sup E =$
- l'insieme dei punti di accumulazione di E :
- l'insieme dei punti isolati di E :

(iii) Si stabilisca se esistono $\min E$ e $\max E$.

COGNOME e NOME ______________________ **N. Matricola** __________

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli, facendo uso dei limiti notevoli,

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\sin^2(1/x)\right)^{x^2}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{x} - \operatorname{arcsen} x.$$

(*i*) Si determinino

• il dominio di f:

• $f'(x) =$

• $f'(0) =$ $f'(1) =$

• i segni di f':

• la crescenza, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f:

(*ii*) Si provi che f si annulla esattamente in due punti del suo dominio.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 5. Si determini, sull'intervallo $]1, +\infty[$, quella primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x}{(x+1)(x^2-1)}$$

che ha limite π per $x \to +\infty$.

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^x \left(\int_t^{2t} (s \exp(s^4))\, ds \right) dt,$$

dove $\exp(z) = e^z$.

Si determinino

- $f'(x) =$

- $f''(x) =$

- $f'''(x) =$

- il polinomio di Taylor-Maclaurin di ordine 3 di f di punto iniziale $x_0 = 0$:

- $\mathrm{ord}_0 f =$