

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Dr. Franco Obersnel
A.a. 2008-2009, sessione estiva, III appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Intende sostenere la prova di teoria oggi? sì no

Si risolvano gli esercizi : 1 2 3 4 5 6

ESERCIZIO N. 1. Sia γ l’unica soluzione positiva dell’equazione

$$\gamma^2 - \gamma - 1 = 0.$$

Si consideri la successione $(x_n)_n$ definita per ricorrenza da

$$x_0 = 1, \quad x_{n+1} = 1 + \frac{1}{x_n}.$$

(i) Si provi che la successione $(x_n)_n$ è limitata.

(ii) Si provi che per ogni n pari si ha $x_n < \gamma$ e per ogni n dispari si ha $x_n > \gamma$.

(iii) Si verifichi che la successione $(x_{2n})_n$ è crescente.

(iv) Si calcoli $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_{2n}$.

ESERCIZIO N. 2. Si considerino gli insiemi

$$A = \{ \sqrt[n]{3} : n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \} \quad \text{e} \quad B =] - \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{2} [.$$

Si determinino

- $\sup A \cup B =$

- $\inf A \cap B =$

- l'insieme dei punti interni di $A \cup B$:

- l'insieme dei punti di accumulazione di $A \cap B$:

- l'insieme dei punti isolati di $A \cap B$:

- l'insieme dei punti di frontiera di $A \cup B$:

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli, facendo uso dei limiti notevoli,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{x^2 + \arctg x} - \sqrt{x^2 - \arctg x}).$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Sia

$$f(x) = \frac{x}{x-1} + \log(x-1).$$

Si determinino

• il dominio di f :

• $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• $f'(x) =$

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

• $f''(x) =$

• la concavità, la convessità, i punti di flesso di f :

• le equazioni delle rette tangenti al grafico di f negli eventuali punti di flesso:

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Sia

$$f(x) = \int_x^\pi \left(\int_t^{2t} \cos(3s) ds \right) dt.$$

Si calcolino, giustificando la risposta,

• $f''(0) =$

• $f'(0) =$

• $f(0) =$

ESERCIZIO N. 6. Si determini, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1}{n^\alpha}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO