Esame di Analisi matematica I : esercizi
Dr. Franco Obersnel
A.a. 2005-2006, sessione invernale, III appello

COGNOME e NOME ____________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ____________________

Si risolvano gli esercizi : **1** ◯ **2** ◯ **3** ◯ **4** ◯ **5** ◯ **6** ◯

ESERCIZIO N. 1. Si consideri la successione definita per ricorrenza come segue:

$$a_0 = 2, \qquad a_1 = 1, \qquad a_{n+1} = a_{n-1} + a_n \quad \text{per } n \geq 1.$$

(*i*) Si stabilisca se la successione è (definitivamente) monotona.

(*ii*) Si stabilisca se la successione è limitata.

(*iii*) Si calcoli $\lim_{n\to+\infty} a_n$ (giustificando la risposta).

(*iv*) Si verifichi che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha $a_n = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$

ESERCIZIO N. 2. Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x < -1\} \cup \left\{\text{arctg}\,(n) : n \in \mathbb{N}^+\right\}.$$

Si determinino :

- $\inf E =$

- $\sup E =$

- l'insieme dei punti di accumulazione di E :

- l'insieme dei punti interni di E :

- l'insieme dei punti isolati di E :

- l'insieme dei punti di accumulazione di $\complement E$:

NB: $\complement E$ indica il complementare di E in $\mathbb{R}$.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli, facendo uso dei limiti notevoli,

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) + \sqrt{x}\cdot\cos x}{x^3 \log(1+\frac{2}{x^2})}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = (x^2 + 3x)e^{-x}.$$

(i) Si determinino:

- $\lim_{x\to-\infty} f(x) =$ $\qquad$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) =$

- i segni di f:

- $f'(x) =$

- i segni di f':

- la crescenza, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f:

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \mathbb{R}$ dell'equazione $f(x) = \alpha$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 5. Si calcoli l'integrale generalizzato

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen} x \cos x}{\sqrt[4]{1 - 4\cos^2 x}}\, dx.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO (Suggerimento: si operi la sostituzione $\varphi(x) = 1 - 4\cos^2 x$).

ESERCIZIO N. 6. Si consideri la funzione

$$g(x) = \int_{x^2}^{x} e^{\operatorname{sen}(t^2)}\, dt.$$

Si determinino:

- $g'(x) =$

- $g''(x) =$

- il polinomio di Taylor-Maclaurin d'ordine 2 di g:

- $\operatorname{ord}_0(g(x) - x) =$