Esame di Analisi matematica I : esercizi

Dr. Franco Obersnel

Sessione straordinaria

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** __________

Anno di Corso ______ **Laurea in Ingegneria** ______________________________

ESERCIZIO N. 1. Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \{\frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{Q}, |x| \geq 2\} \cup \{x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \mid x \geq 2\}.$$

(i) Si determinino

• $\inf E =$

• $\sup E =$

• l'insieme dei punti di accumulazione di E :

• l'insieme dei punti isolati di E :

• l'insieme dei punti interni di E :

• la chiusura di E :

(ii) Si dica se esistono $\min E$ e $\max E$.

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione

$$f(x) = 2x - \operatorname{arcsen}(x-1)$$

Si determinino

- il dominio di f:
- $f'(x) =$
- $f'(0) =$
- $f'(1) =$
- $f'(2) =$
- i segni di f':
- la crescenza, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f:
- i segni di f:

COGNOME e NOME ______________________________ **N. Matricola** ____________

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli l'integrale generalizzato

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + e^x - 2}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si considerino le funzioni

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{t}{\operatorname{arctg} t} & \text{se } t \neq 0 \\ 1 & \text{se } t = 0. \end{cases}$$

e

$$g(x) = \int_{-x}^{|x|} f(t)\, dt.$$

Si determinino

- $g'(x) =$
- $g'_-(0) =$
- $g'_+(0) =$
- i segni di g':
- la crescenza, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di g:
- $\lim_{x \to +\infty} g(x) =$
- $g''(x) =$

ESERCIZIO N. 5. Sia

$$f(x) = \begin{cases} 3\operatorname{arctg} x + \log(2+|x|) & \text{se } x \le 0, \\ \dfrac{1-\sqrt[3]{1-3x\operatorname{sen} x}}{2^{x^2}-1} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

(*i*) Si determini, facendo uso dei limiti notevoli, $\lim_{x \to 0^-} f(x)$.

(*ii*) Si stabilisca, giustificando la risposta, se f è continua in 0.

ESERCIZIO N. 6. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme E dei numeri complessi z tali che

$$\left| \frac{\bar{z} - i}{z + 1} \right| > 2,$$

dove $\bar{w}$ indica il coniugato e $|w|$ indica il modulo del numero complesso w.

RISULTATO

SVOLGIMENTO