

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
Dr. Franco Obersnel  
A.a. 2003-2004, sessione invernale, I appello

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

Si risolvano gli esercizi :    1     2         3     4         5     6

**ESERCIZIO N. 1.** Per  $n \in \mathbb{N}^+$ , sia

$$x_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k 2^{k-n}.$$

i) Si usi il binomio di Newton per scrivere  $x_n$  in forma semplificata.

ii) Si calcoli  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ .

iii) Si usi la definizione di limite di una successione per  $n \rightarrow +\infty$  per verificare il limite calcolato.

**ESERCIZIO N. 2.** Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \{ e + \pi^m : m \in \mathbb{Z} \}.$$

Si determinino :

•  $\inf E =$

•  $\sup E =$

• i punti di accumulazione di  $E$  :

• i punti isolati di  $E$  :

• i punti interni di  $E$  :

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^{\sin x} - \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}}{2x \log x}.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Si consideri la funzione

$$f(x) = x 2^{-\sqrt{x}}.$$

(i) Si determinino:

- il dominio di  $f$ :

- i segni di  $f$ :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- $f'(x)$ :

- i segni di  $f'$ :

- la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

(ii) Si determini, al variare di  $t \in \mathbb{R}$ , il numero delle soluzioni  $x \in \text{dom} f$  dell'equazione  $f(x) = t$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 5.** Si calcoli l'integrale

$$\int_1^2 (1 + 2 \log x) x dx.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 6.** Si consideri, per  $x > 1$ , la funzione

$$f(x) = \int_1^x \log t \, dt + \int_2^{2x} \frac{1}{\log t} \, dt.$$

(i) Si determinino

- $f'(x)$  :

- $f''(x)$  :

- i punti di annullamento e i segni di  $f''$  :

- la concavità, la convessità e i punti di flesso di  $f$  :