

ESERCIZIO N. 2. Sia

$$f(x) = \cos\left(\frac{1}{\arccos x}\right).$$

- i) Si determini il dominio D di f .
- ii) Si risolvano in D le equazioni $f(x) = -1$ e $f(x) = 1$.
- iii) Si stabilisca, motivando la risposta, se esiste $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.
- iv) Si verifichi che la funzione f ristretta all'intervallo $[-1, \cos(\frac{1}{\pi})]$ è monotona, specificando il tipo di monotonia.
- v) Si scriva l'espressione analitica della funzione inversa della funzione f ristretta all'intervallo $[-1, \cos(\frac{1}{\pi})]$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli, usando i limiti notevoli,

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \log(1 + x))^{\frac{1}{2^x - 1}}$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 4. Si consideri la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{x^2 - 4} \right)$$

(i) Si determinino:

• il dominio di f :

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$

• $f'(x)$:

• $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

• i segni di f' :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

(ii) Si determini, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni $x \in \operatorname{dom} f$ dell’equazione $f(x) = \alpha$.

(iii) Si scriva l’equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(4, \operatorname{arctg}(\frac{1}{3}))$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si determini una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che

$$f''(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri, per $x \geq 0$, la funzione

$$f(x) = \int_0^x \sqrt{t} \cdot e^{-t^2} dt.$$

(i) Si stabilisca, motivando la risposta, se esiste e se è finito o infinito il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(ii) Si calcoli $f'(x)$:

(iii) Si studino la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di f :

(iv) Si calcoli $f''(x)$:

(v) Si studino la convessità, la concavità e i punti di flesso di f :