

Esame di Analisi matematica I : esercizi  
Dr. Franco Obersnel  
A.a. 2008-2009, sessione estiva, I appello

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

Intende sostenere la prova di teoria oggi?   sì    no

**ESERCIZIO N. 1.** Si consideri, per  $x > 0$ , la funzione

$$f(x) = \frac{x^{\log 2}}{6^{\log x}}.$$

(i) Si dimostri che, per ogni  $a > 0$  e  $b > 0$ ,  $a^{\log b} = b^{\log a}$ .

(ii) Si determini una primitiva di  $f$  su  $]0, +\infty[$ .

(iii) Si calcoli l'integrale generalizzato  $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ .

**ESERCIZIO N. 2.** Si considerino gli insiemi di numeri reali

$$A = \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N}^+ \right\} \quad \text{e} \quad B = \{e^r : r \in \mathbb{Q}, r > 1\}.$$

(i) Si stabilisca, giustificando le risposte, se

- $A$  e  $B$  sono classi separate:

- $A$  e  $B$  sono classi contigue:

(ii) Si determinino

- l'insieme dei punti di accumulazione di  $A \cup B$ :

- l'insieme dei punti isolati di  $A \cup B$ :

- l'insieme dei punti di frontiera di  $A \cup B$ :

(iii) Si dica se esistono  $\min A$ ,  $\max A$ ,  $\min B$ ,  $\max B$ .

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ N. Matricola \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si calcoli, facendo uso dei limiti notevoli,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos(\sin x)}}{\sin(x \sin x)}.$$

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 4.** Sia

$$f(x) = \frac{x}{|x-1|} + \log x$$

(i) Si determinino

• il dominio di  $f$ :

•  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$

•  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

•  $f'(x) =$

• i segni di  $f'$ :

• la crescita, la decrescenza, gli estremi relativi e assoluti di  $f$ :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni  $x \in \mathbb{R}$  dell'equazione  $f(x) = \alpha$ , al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .