

Esame di Analisi matematica I
Corso del Professor Franco Obersnel
Sessione straordinaria autunnale, appello unico

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si calcolino, se definiti, i limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x^2 - \cos(x)}{2^{\cos(\pi x)} - 2}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + x^2 - \cos(x)}{2^{\cos(\pi x)} - 2}$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si consideri la funzione

$$f(x) = 2\operatorname{arctg}(x) + \frac{1-x}{1+x}$$

(i) Si determinino il dominio di f , eventuali asintoti di f e si stabilisca se la funzione f è limitata su \mathbb{R} .

(ii) Si calcoli la derivata di f .

(iii) Si determinino gli intervalli di crescita, decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f .

(iv) Si determinino i segni di f .

(v) Si determini la retta r tangente al grafico di f nel punto $(1, \frac{\pi}{2})$, e si verifichi che le intersezioni di r con il grafico di f sono almeno tre.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO 3 Sia $f \in C^3(\mathbb{R})$ una funzione che soddisfa la condizione: $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Poniamo $g(x) = \log(f(x)) + x$ e supponiamo che la funzione g sia infinitesima in 0 con ordine maggiore di 2: $\text{ord}_0 g(x) > 2$.

(i) Si calcolino (in funzione di $f(x)$, $f'(x)$ e $f''(x)$) le funzioni $g'(x)$ e $g''(x)$.

(ii) Si calcolino $f(0)$, $f'(0)$ e $f''(0)$ e si scriva il polinomio di Taylor-McLaurin di ordine 2 della funzione f .

(iii) Si spieghi perché la funzione f ($= f(x)$) è localmente invertibile in $x = 0$ e si scriva l'equazione dell'approssimante lineare dell'inversa $f^{-1} = (f^{-1}(y))$ nel punto $y = f(0)$.

ESERCIZIO N. 4. Si calcoli l’integrale

$$\int_0^1 \frac{x^5}{\sqrt{1-x^4}}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO