

II PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA II

A.a. 2002–2003. Pordenone, 28 aprile 2003

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_ Matr. N. \_\_\_\_\_

Anno di Corso \_\_\_\_\_ Laurea in Ingegneria \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 1.** Si calcoli l’integrale doppio

$$\iint_D y \sin x \, dx dy;$$

dove  $D$  è la regione del piano delimitata dalla senoide ( $y = \sin x$ ) e dalla cosenoide ( $y = \cos x$ ), con  $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$ .

**RISULTATO:**

**SVOLGIMENTO**

**ESERCIZIO N. 2.** Una costruzione ha la forma di tronco di cono, con la base maggiore di raggio 2 appoggiata al terreno, la base minore di raggio 1, e altezza 1, sopra al quale è stata sovrapposta una mezza sfera (di raggio 1). Rappresentando il solido in un sistema di coordinate cartesiane in cui il piano  $xy$  rappresenta il terreno, si potrà scrivere l’equazione del cono come  $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ , troncato a quota 1, al quale si sovrappone la metà superiore della sfera di equazione  $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$ . Si calcoli la massa della costruzione sapendo che la densità nel punto  $(x, y, z)^T$  è pari a  $\delta(x, y, z) = 3 - z$ .

**RISULTATO**

**SVOLGIMENTO**

COGNOME e NOME \_\_\_\_\_

**ESERCIZIO N. 3.** Si consideri la funzione  $f(x, y) = 4xy - x^2y - 2xy^2$ .

i) Si calcoli il gradiente della funzione  $f$  nel punto  $(x, y)^T$ .

ii) Si calcoli la derivata direzionale della funzione  $f$  nel punto  $(2, 1)^T$  nella direzione della bisettrice del primo e terzo quadrante.

iii) Si calcoli la matrice Hessiana della funzione  $f$  nel punto  $(x, y)^T$

iv) Si scriva l'espressione dell'approssimante quadratico (polinomio di Taylor di ordine 2) della funzione  $f$  nel punto  $(2, 1)^T$ .

Continua sul retro...

v) Si trovino i punti critici della funzione.

vi) Si classifichino i punti critici della funzione.