

II PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA I

A.a. 2004-2005. Pordenone, 26 novembre 2004

COGNOME e NOME _____ Matr. N. _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

ESERCIZIO N. 1. Si ponga, per $x \in]0, 1[$,

$$f(x) = \frac{1}{x} - \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) - 2x.$$

(i) Si calcolino:

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

• $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

• $f'(x) =$

(ii) Si determinino, giustificando la risposta, i segni di f' .

(iii) Si dica se f è crescente, o decrescente, su $]0, 1[$.

(iv) Si determinino:

• $\inf_{]0,1[} f =$

• $\sup_{]0,1[} f =$

(v) Si provi che f è invertibile su $]0, 1[$.

(vi) Si determini, giustificando la risposta, il dominio dell’inversa f^{-1} .

(vii) Si calcoli $(f^{-1})'(f(\frac{1}{\sqrt{3}}))$.

ESERCIZIO N. 2. Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1 + \sin^2(3x)} - 1}{x \log_2(1 + x)}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 3. Si ponga, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -2e^{\alpha x} & \text{se } x < 0, \\ x^2 - 4x - 2 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

(i) Si determinino, giustificando la risposta, gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali f è continua su \mathbb{R} .

(ii) Si determinino, giustificando la risposta, gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali f è derivabile su \mathbb{R} .

(iii) Si scriva l’equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(0, -2)$.