

Esame di Analisi matematica I : esercizi
Corso: OMARI TIRONI
A.a. 2001-2002, sessione invernale, I appello

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

Anno di Corso _____ Laurea in Ingegneria _____

Appello in cui si intende sostenere la prova di teoria : I II III VOTO _____

ESERCIZIO N. 1. Si determini e si rappresenti nel piano di Gauss l'insieme dei numeri complessi z tali che

$$||z - i| - i| \leq \sqrt{2},$$

dove $|w|$ indica il modulo del numero complesso w .

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 2. Si consideri l'insieme di numeri reali

$$E = \left\{ x \in \mathbb{R} : x \in \mathbb{N} \text{ oppure } \frac{1}{x} \in \mathbb{N} \right\}.$$

Si determinino :

- $\inf E =$

- $\sup E =$

- i punti di accumulazione di E :

- $\inf (CE) =$

- $\sup (CE) =$

NB: CE indica il complementare di E in \mathbb{R} .

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Si calcoli, utilizzando i limiti notevoli,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + x + 2}{x^2 + 1} \right)^{2x + 3} .$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 3. Si consideri la funzione

$$f(x) = x^3 \log(x^\pi).$$

(i) Si determinino:

- il dominio e i segni di f :

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

- $f'(x) =$

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) =$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) =$$

- i punti di annullamento e i segni di f' :

- la crescita, la decrescenza e gli estremi relativi e assoluti di f :

(ii) Si determini il numero delle soluzioni $x \in \text{dom} f$ dell'equazione $f(x) = t$, al variare di $t \in \mathbb{R}$.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 5. Si determini una primitiva su \mathbb{R} della funzione

$$f(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)^2}.$$

RISULTATO

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO N. 6. Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_0^{2x} \sin(t^2) dt.$$

(i) Si calcolino:

- $f'(x) =$

- $f''(x) =$

- $f'''(x) =$

(ii) Si scriva il polinomio di Taylor di ordine 3 di f di punto iniziale $x_0 = 0$.

(iii) Si determini $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^3}$.