

Esercizi per Complementi di Algebra - foglio 6

Esercizio 1. Sia G un gruppo di ordine 385. Dimostrare che esiste un 11-Sylow normale in G e che un 7-Sylow è contenuto nel centro di G .

Esercizio 2. Sia G un gruppo di ordine p^2q con p e q primi distinti. Dimostrare che G contiene o un p -Sylow o un q -Sylow normale.

Esercizio 3. Sia G un gruppo finito e H un sottogruppo tale che soddisfa uno delle seguenti condizioni:

1. per ogni $x \in H$ con $x \neq 1_G$, vale che $C_G(x) \subseteq H$;
2. per ogni K sottogruppo non banale di H , vale che $N_G(K) \subseteq H$.

Dimostrare che l'ordine di H è coprimo con l'indice di H in G .

Esercizio 4. Sia $G \cong \mathbb{Z}_{28} \times \mathbb{Z}_{42} \times \mathbb{Z}_{100} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_{154} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_{99}$. Calcolare i coefficienti di torsione e il rango della parte libera di G .

Esercizio 5. Classificare i gruppi abeliani di ordine 1800.