

Esercizi per Complementi di Algebra - foglio 3

Esercizio 1. Si consideri in S_6 la permutazione $\tau = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$.

1. Si calcolino il segno, le orbite, la scomposizione in cicli disgiunti e una scomposizione in trasposizioni delle seguenti permutazioni τ , τ^2 , τ^3 , τ^4 , τ^5 e τ^6 .
2. Cosa posso dire di τ^k con k generico elemento di \mathbb{Z} ?

Esercizio 2. 1. Si verifichi che se τ è il ciclo $(i_1, i_2, \dots, i_{l-1}, i_l)$ allora τ^{-1} sarà il ciclo $(i_l, i_{l-1}, \dots, i_2, i_1)$.

2. Si calcoli in S_9 l'inverso della permutazione $(1, 2, 3, 4)(2, 3)(4, 5, 6)(7, 8, 9)$.

Esercizio 3. Si considerino in S_6 le permutazioni $\tau = (1, 2, 5, 6)$ e $\mu = (2, 3, 6)$. Si calcolino il segno, le orbite, la scomposizione in cicli disgiunti e una scomposizione in trasposizioni delle seguenti permutazioni $\tau \circ \mu$, $(\tau \circ \mu)^2$ e $(\tau \circ \mu)^3$.

Esercizio 4. Si dimostri che A_n con $n \geq 3$ è generato dai cicli di lunghezza tre.