Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1995-96

Sessione autunnale

2 ottobre 1996

1) Studiare la seguente funzione e tracciare il suo grafico:

$$y = \operatorname{arctang}(x^3)$$

2) Provare, con il metodo di induzione, che vale:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(i^2 - 3i\right) = \frac{1}{3} n(n+1)(n-4)$$

3) Calcolare l'inversa della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1994-95

Sessione straordinaria

8 febbraio 1996

1) Si provi per induzione che vale:

$$\sum_{i=1}^{n} 4i = 2\,n^2 + 2n.$$

2) Si studi la seguente funzione:

$$y = \sqrt{x}\,e^{\frac{1}{2x}}$$

e si tracci il suo grafico.

3) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{\sin(x)}{1+\cos(x)}\,dx; \quad \int x e^{2x^2}\,dx; \quad \int \frac{x^2+\log(x)}{x}\,dx.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1993-94

Sessione estiva

1 giugno 1994

1) Studiare la seguente funzione e tracciare il suo grafico:

$$y = (x+1)\log^2(x+1).$$

2) Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{x+3}{x^2+1}\,dx; \qquad \int \frac{e^{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}\,dx; \qquad \int \left[x\cos(1-x^2) + \sin(x-6)\right]dx.$$

3) Quali delle seguenti funzioni sono iniettive? Giustificare la risposta.

$$f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad f(x) = x^2 - 1;$$

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad f(x) = x^2 - 7.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

10 febbraio 1998

1) Data la funzione:

$$f : [0,4] \longrightarrow \mathbb{R} \;\text{ definita da: } f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{se } x \in [0,1] \\ 2x^3 - 15x^2 + 36x - 23 & \text{se } x \in]1,4] \end{cases}$$

a) dire dove è continua;
b) dove è derivabile;
c) trovare i suoi massimi e minimi assoluti e relativi.

2) Provare, con il metodo di induzione, che vale:

$$\sum_{i=1}^{n} (3i^2 + 3i) = n(n+1)(n+2)$$

3) Dire dove per quali valori di x le seguenti funzioni sono definite e trovare la loro derivata:

$$\log(x+1); \quad \sin(\cos(3x-2)); \quad \frac{\log(x)}{x^2 - 1}.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1993-94

Sessione autunnale

11 ottobre 1994

1) Si dica quanti sono gli zeri reali della seguente funzione:

$$y = x^4 - 21x^2 - 18$$

e si dia una stima approssimata del loro valore.
(Suggerimento: si consiglia di fare uso del teorema degli zeri di una funzione continua ...).

2) Si studi la seguente funzione:

$$y = \sqrt[3]{x}\, e^{1/x}$$

e si tracci il suo grafico.

3) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \cos^3(x) \sin(x)\, dx; \quad \int \frac{1+x}{1+x^2}\, dx; \quad \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}\, dx$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1994-95

Sessione estiva

6 giugno 1995

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$y = \log(x^3 - 3x) + 1.$$

2) Data la funzione:

$$y = \sin(2x),$$

calcolare l'area della regione delimitata dalla funzione e dall'asse x nell'intervallo $[0, \pi]$.

3) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$y = \arcsin{(x^2 - 1)}, \qquad y = e^{\frac{x+3}{x^2-1}}, \qquad y = \tan(x^3).$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1995-96

Sessione autunnale

14 dicembre 1996

1) Studiare la seguente funzione e tracciare il suo grafico:

$$y = x \log^2(2x).$$

2) Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{2x+1}{x^2+1}\,dx; \quad \int x\log(2x)\,dx; \quad \int \frac{2x^2+3}{x-1}\,dx.$$

3) Provare, con il metodo di induzione, che vale (se $a \neq 1$):

$$\sum_{i=0}^{n} a^i = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

14 luglio 1994

1) Si studi la seguente funzione:

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$$

e si tracci il suo grafico.

2) Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 13x - 21}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}; \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{2x^3 - 5x^2 + 13x - 21}{7x^3 - 5x^2 + 3x + 9}; \qquad \lim_{n\to +\infty} \sin(n)\frac{n^2 - 1}{n^3 - 6}.$$

3) Si calcoli l'area della regione di piano delimitata dall'asse x, dalle rette $x = 1$ e $x = 4$ e dalla curva $y = x^3 - x^2 + 4x - 12$.

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1994-95

Sessione autunnale

15 dicembre 1995

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$y = (x^2 - 1)e^{x+1}.$$

2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int x \log(x+1)\, dx; \qquad \int \frac{\cos(x)}{1-\sin(x)}\, dx;$$

3) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^2-1}{3x^2+1} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(8x)}.$$

4) Trovare il determinante e l'inversa della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1993-94

Sessione autunnale (prolungamento)

16 dicembre 1994

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$y = \frac{(x^2 - 12)}{(x - 4)}.$$

2) Si calcolino almeno due dei i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}\, dx, \qquad \int \frac{x - 1}{x^2 + 4}\, dx, \qquad \int \frac{2x^3 + 3\,x^2 - 2}{(x + 1)^2}\, dx.$$

3) Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = x^2 - 1$ e $g :]-3, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ definita da: $g(t) = \log(t+3)$. Si faccia vedere che allora è definita la funzione composta $g \circ f$ e si calcoli la sua derivata.

4) Si calcolino i seguenti limiti:

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{3n^3 + 7n^2 - 4}{n^3 - 2}\,; \qquad \lim_{n \to +\infty} \frac{n + 2}{n^2 - 1} \sin(n)\,.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1996-97

Sessione autunnale - prolungamento

17 dicembre 1997

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$y = \log(x - x^3).$$

2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x+1}{x-3}\,dx; \qquad \int \frac{1-x^2}{1+x^2}\,dx; \qquad \int \frac{\sin(x)+\cos(x)}{\cos(x)}\,dx.$$

3) Calcolare la derivata della funzione:

$$y = x^2 - 3x + 1$$

usando *solamente la definizione di derivata.*

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

22 aprile 1994

1) Nel piano cartesiano Oxy si consideri la retta r di equazione $y = 3x + 2$. Si trovi la retta s simmetrica di r rispetto all'origine $O(0,0)$.

2) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$y = (x+1)e^{1/x}.$$

3) Si calcoli il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\,dx.$$

Istituzioni di matematiche I

Corso di laurea in Scienze Geologiche

23 ottobre 1998

1) Si studi la seguente funzione:

$$y = \frac{9x^3}{3x^2 - 1}$$

e si tracci il suo grafico.

2) Si provi per induzione che vale:

$$\sum_{i=1}^{n} i - 3i^2 = -n^2(n+1)$$

3) Si calcoli l'area della regione di piano delimitata dall'asse x, dalle rette $x = 1$ e $x = 3$ e dalla curva $y = x^3 - x^2 - x - 2$.

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1993-94

Sessione estiva

23 giugno 1994

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$y = \log(x^3 - 9x) + 1.$$

2) Si verifichi, usando la definizione di derivata come limite del rapporto incrementale, che vale:

$$D(x^2 + 3x) = 2x + 3.$$

3) Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{\sqrt{x} + log^3(x)}{x}\, dx; \qquad \int \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}}\, dx.$$

4) Si calcolino i seguenti limiti di successioni:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin(3n)}{n}; \qquad \lim_{n\to+\infty} \frac{6n^2 + 3n - 5}{4n^2 - 7n + 5}.$$

Istituzioni di matematiche I

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1997-98

Sessione autunnale

23 settembre 1998

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$y = \log(32x^2 - x^4).$$

2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{2x^2+3}{x-2}\,dx; \quad \int e^{2x}\cos(x)\,dx; \quad \int x\sqrt{x^2-1}\,dx.$$

3) Scrivere il polinomio di Taylor di $f(x) = x^2 + \log(x+1)$, con valore iniziale $x_0 = 1$ e con $n = 6$.

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1995-96

Sessione autunnale

24 ottobre 1996

1) Data la funzione $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) := \begin{cases} x^2 + x - 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{se } x > 1 \text{ o } x < -1 \end{cases}$$

dire per quali valori di x è continua e per quali è derivabile. Scrivere un'espressione per la derivata (dove esiste).

2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{e^x}{e^x + 1}\, dx, \qquad \int \frac{x^2 - 2}{x - 2}\, dx, \qquad \int \frac{x + \sqrt{x}}{2x^2}\, dx.$$

3) Calcolare l'inverso, nel campo $\mathbb{C}$, di $3 - 2i$; calcolare poi $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^7$.

4) Studiare la seguente funzione e tracciare il suo grafico:

$$y = \frac{x^2}{1 - 3x}.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1995-96

Sessione straordinaria

24 aprile 1997

1) Scrivere il polinomio di Taylor $P_6(x)$ (cioè di grado 6) della funzione $f(x) = 1/x$ relativo al punto $x_0 = 1$.

2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x^2-4}{x-3}\,dx, \qquad \int (x^3 + x\sin(x))\,dx, \qquad \int \frac{3x^4}{x^2+1}\,dx.$$

3) Studiare la funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3-1}{x}}$$

e tracciare il suo grafico.

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1995-96

Sessione estiva

26 giugno 1996

1) Studiare la seguente funzione e tracciare il suo grafico:

$$y = \frac{1}{\sqrt{1-x^4}}$$

2) Scrivere il polynomio di Taylor di grado $n = 5$ e con valore iniziale $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = e^x + cos(x)$.

3) Provare, con il metodo di induzione, che vale:

$$\sum_{i=1}^{n} 2i = n^2 + n.$$

4) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \cos(x)\sin(3x)\,dx, \quad \int \frac{\log(x)}{x}\,dx, \quad \int \frac{x^3+\sqrt{x}}{x}\,dx$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1996-97

Sessione estiva

26 giugno 1997

1) Provare, usando il metodo di induzione, che vale:

$$\sum_{i=1}^{n} \big(i^2 - 3(i-1)\big) = \frac{1}{3} n(n^2 - 3n + 5).$$

2) Studiare la seguente funzione e tracciare il suo grafico:

$$f(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{x}$$

3) Calcolare i seguenti limiti (non usare la regola di de l'Hospital, anche quando possibile):

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^3 x}{(1 - \cos x) \tan x}; \qquad \lim_{n \to +\infty} \frac{3n^2 + \sin n}{n^2}$$

4) Vezrificare, usando la definizione di limite, che vale:

$$\lim_{x \to +\infty} x^2 + 1 = +\infty$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1996-97

Sessione autunnale

28 ottobre 1997

1) Scrivere il polinomio di Taylor $P_6(x)$ (cioè di grado 6) della funzione $f(x) = -2/x$ relativo al punto $x_0 = 1$.

2) Risolvere il seguente sistema lineare (possibilmente con il metodo di Gauss-Jordan):

$$\begin{cases} x - 2y + 2z + 2t = -6 \\ x - 2y + z + t = -5 \\ -y + z + t = -4 \end{cases}$$

3) Studiare la funzione:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x-1}{x}\right)$$

e tracciare il suo grafico.

Corso di laurea in Scienze Geologiche

Istituzioni di Matematiche

Sessione estiva, II appello

28 giugno 1995

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 - 1}.$$

2) Risolvere il seguente sistema lineare con il metodo di Gauss-Jordan:

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 5 \\ x + 2y + z = 3 \\ 2x - y + 4z = 1 \end{cases}$$

e verificare la soluzione trovata.

3) Calcolare la formula di Taylor con $n = 5$ e nel punto $x_0 = 0$ della funzione:

$$y = 2\sin x - \cos x$$

e trovare una maggiorazione per il resto $R_5(x)$ nell'intervallo $[0, 1]$.

4) Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\int (x^3 + cos(x))\, dx, \qquad \int \cos(x^3 - 1)x^2\, dx, \qquad \int \frac{x^3}{x^4 - 1}\, dx.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1997-98

Sessione straordinaria - prolungamento

3 aprile 1998

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$y = \sqrt{(1-x^2)^3}.$$

2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{6x+1}{x^2+1}\,dx; \qquad \int \frac{\log^2(x-4)}{x-4}\,dx; \qquad \int \frac{1}{\sin^2(x)\cos^2(x)}\,dx.$$

3) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{(-1)^{3n}}{n^2}; \qquad \lim_{x\to 2} \frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-5x+6}; \qquad \lim_{x\longrightarrow+\infty} \frac{x^3-7x+1}{2x^3-4}.$$

(non è consentito usare la regola di l'Hospital, anche quando applicabile).

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1995-96

Sessione estiva

3 giugno 1996

1) Provare, con il metodo di induzione, che per ogni intero $n \geq 1$, l'espressione $n^3 + 2n$ è divisibile per 3.

2) Verifiare, usando la definizione di limite, che vale:

$$\lim_{x \to 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = +\infty.$$

3) Scrivere in forma trigonometrica il numero complesso $2 + 2i$ e calcolare la sua settima e ottava potenza.

4) Studiare la seguente funzione e tracciare il suo grafico:

$$y = \frac{x^2}{2 - x}.$$

Istituzioni di matematiche I

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1997-98

Sessione estiva

3 giugno 1998

1) Provare, usando il metodo di induzione, che vale:

$$D\left(\sqrt[3]{x^n}\right) = \frac{n}{3}\,\sqrt[3]{x^{n-3}}$$

2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_1^2 \frac{x^2+x-1}{x-3}\,dx, \qquad \int (x^2 + x^2\cos(x))\,dx, \qquad \int \frac{3x}{x^2+5}\,dx.$$

3) Studiare la funzione:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x}{x^2+4}\right)$$

e tracciare il suo grafico.

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1994-95

Sessione autunnale

30 ottobre 1995

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$y = \log(1 - x^2).$$

(suggerimento: limitarsi a calcolare la derivata seconda, senza studiarla)

2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x^3 - 7x}{x - 1}\,dx; \qquad \int \frac{2x^3}{x^4 + 1}\,dx; \qquad \int \cos(7x) + \sin(9x)\,dx.$$

3) Scrivere la formula di Taylor di $f(x) = x^2 + \log(x)$, con valore iniziale $x_0 = 0$ e con $n = 6$.

4) Trovare l'inversa della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & -4 \\ -3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1993-94

Sessione autunnale

4 ottobre 1994

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$(2x+1)(x-1)\sqrt{1+x}.$$

2) Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \sin(3x)e^{\cos(3x)}\,dx; \quad \int \left(x^3+\frac{6x}{3+x^2}\right)dx; \quad \int \sqrt[3]{x+1}\,dx; \quad \int e^x\cos(2x)\,dx.$$

3) Si verifichi, usando la *definizione* di limite, che vale:

$$\lim_{x\to 3} x^2-1=8.$$

4) Dire per quali valori di x la funzione $y=\mid x^2-8x+12\mid$ è derivabile.

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1994-95

Sessione autunnale

4 ottobre 1995

1) Si studi la seguente funzione e si tracci il suo grafico:

$$y = \log(8x^2 - x^4).$$

2) Calcolare i seguenti integrali (indefiniti o impropri).

$$\int \frac{x^2 - 7x}{x + 1}\, dx; \qquad \int_1^{+\infty} \frac{2}{x^4}\, dx; \qquad \int \frac{\cos(x) + \sin(x)}{\cos(x) - \sin(x)}\, dx.$$

3) Risolvere, a scelta, uno dei seguenti esercizi:
a) Trovare tutte le radici complesse dell'equazione:

$$x^4 - 1$$

e verificare il risultato;
b) Trovare l'inversa della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -6 \\ -3 & -1 & 7 \end{pmatrix}$$

e verificare il risultato.

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1996-97

Sessione autunnale

6 ottobre 1997

1) Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da:

$$f(x) = x + |x^2 - 1|$$

a) Per quali valori di x la funizione è continua?
b) Per quali derivabile?
c) dove è crescente e decrescente?
d) trovare massimi e minimi assoluti e relativi.

Giustificare le risposte.

2) Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{3x+1}{x^2+1}\,dx; \quad \int x\cos(x)\,dx; \quad \int \frac{x^2+1}{x-1}\,dx.$$

3) Si verifichi, usando la definizione di derivata come limite del rapporto incrementale, che vale:

$$D(x^2 - 4x) = 2x - 4.$$

4) Si calcoli l'inversa della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 9 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1995-96

Sessione straordinaria

6 febbraio 1997

1) Trovare tutte le funzioni $f :]0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ che hanno per derivata

$$\frac{x^4 + \log(x)}{x};$$

trovare poi una funzione $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ che ha la stessa derivata della funzione $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$g(x) = (2 + \cos(x))^{x^2 e^x}$$

e tale che $f(0) = 5$.

2) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(8x)}{\sin(3x)}; \qquad \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 4x^2 + 4x - 1}; \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 4x^2 + 4x - 1}.$$

3) Studiare la seguente funzione e tracciare il suo grafico:

$$y = \frac{1}{e^{2x^2 + 4x}}.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1995-96

Sessione estiva

6 settembre 1996

1) Studiare la seguente funzione e tracciare il suo grafico:

$$y = \log(x^2 - 4)$$

2) Data la funzione $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = x^2 + 3$, dire se è iniettiva o suriettiva. Sia poi $g : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ definita dalla stessa equazione, cioè $g(x) = x^2 + 3$. Stabilire anche in questo caso se g è iniettiva o suriettiva.

3) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{x^2 + 5}{x - 4}\, dx; \quad \int e^{2x} \sin(x)\, dx; \quad \int x\sqrt{x^2 - 1}\, dx.$$

4) Calcolare i seguenti limiti di successioni:

$$\lim_{n \to +\infty} n(3 + \cos(n)); \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{3 + (-1)^n}{2n + 5}; \quad \lim_{n \to +\infty} \frac{4n^3 + 6n - 3}{2n^3 - 5n + 1}.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1993-94

Sessione straordinaria

7 febbraio 1995

1) Siano $f(x)$ e $g(x)$ due funzioni definite da:

$$f(x) = \frac{e^{x^2}}{x^2}, \qquad g(x) = \log \frac{x^2 - 1}{x - 2}.$$

Si determini:

a) l'insieme di definizione di f e di g;
b) per quali di x sono positive, nulle, negative;
c) gli intervalli in cui sono crescenti, decrescenti;
d) i massimi e i minimi relativi.

2) Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$\int \left(\cos(x)\sin^2(x) + xe^x\right) dx; \qquad \int \frac{\sqrt[3]{x} + 2x}{\sqrt{x}}\, dx.$$

3) Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{7\cos(n) + 2\sin(n)}{n}, \quad \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}, \quad \lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}.$$

Istituzioni di matematiche

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1996-97

Sessione estiva

9 giugno 1997

1) Provare, usando il metodo di induzione, che vale:

$$D\left(\sqrt{x^n}\right) = \frac{n}{2}\sqrt{x^{n-2}}.$$

2) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_5^6 \frac{x^2-1}{x-3}\,dx, \qquad \int (x^2 + x^2\sin(x))\,dx, \qquad \int \frac{1+(\operatorname{tang} x)^2}{\operatorname{tang} x}\,dx.$$

3) Studiare la funzione:

$$f(x) = \frac{1}{e^{(x^2-x)}}$$

e tracciare il suo grafico.