

Algebra 2
Corso di laurea in Matematica
Prova scritta

10 giugno 2014

Risolvere i seguenti esercizi. Le risposte vanno giustificate (possibilmente in modo sintetico ...).

1. Siano K ed L campi, con L estensione di K . Sia $a \in L$ algebrico su K e si supponga che il polinomio minimo di a su K sia di grado n . Che grado ha il polinomio minimo di $6 \cdot a$ (ricordare che $6 \cdot a$ indica $a + a + a + a + a + a$)?
2. Usando l'algoritmo di Berlekamp, calcolare la fattorizzazione in fattori irriducibili di $x^4 + 1 \in \mathbb{Z}_5[x]$.
3. Sia $I = (x^4, xy^2, y^3) \subseteq \mathbb{Q}[x, y]$. Trovare tutti gli ideali massimali $\mathcal{M} \subseteq \mathbb{Q}[x, y]$ che contengono I .
4. Sia a un intero positivo che è prodotto di numeri primi distinti. Provare che allora i polinomi $x^n + ax + a \in \mathbb{Z}[x]$ sono irriducibili per ogni $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$.