

Algebra 2

Corso di laurea in Matematica

26 febbraio 2013

Risolvere i seguenti esercizi. Le risposte vanno giustificate (possibilmente in modo sintetico ...).

1. Sia K un campo. Descrivere tutti gli ideali dell'anello $K \times K$ (dove $K \times K$ è l'anello prodotto).
2. Sia A l'anello $\mathbb{Q}[x]$ dei polinomi a coefficienti nel campo razionale. Sia $F : A \rightarrow A$ data da $F(a) = a$ per ogni $a \in \mathbb{Q}$, $F(x) = 2x + 3$ e poi estesa nell'unico modo possibile in modo da renderla omomorfismo di anelli. Provare che F è un automorfismo di A .
3. Trovare tutti gli ideali massimali di $\mathbb{Z}_7[x, y, z]$ che contengono l'ideale $I = (x^2 + 6, y + 1, z + 3) \subseteq \mathbb{Z}_7[x, y, z]$.
4. Provare che un elemento $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$, è algebrico su \mathbb{Q} se e solo se \sqrt{a} è algebrico su \mathbb{Q} .