

Algebra 2
Corso di laurea in Matematica
Prova scritta

12 giugno 2012

Risolvere i seguenti esercizi. Le risposte vanno giustificate (possibilmente in modo sintetico ...).

1. Sia $a \in \mathbb{R}$ algebrico su \mathbb{Q} , con polinomio minimo di grado 3. Provare allora che a^2 è anche algebrico su \mathbb{Q} , con polinomio minimo ancora di grado 3.
2. Si consideri l'ideale $I = (x + 1, y^2 + 6) \subseteq \mathbb{Z}_7[x, y]$. Provare che I non è massimale. Trovare poi tutti gli ideali massimali di $\mathbb{Z}_7[x, y]$ che contengono I .
3. Quanti sono i polinomi monici di $\mathbb{Z}_2[x]$ di grado al più 5 che hanno qualche fattore in comune con il polinomio $f = x^2 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$?
4. Trovare tutti i divisori dello zero dell'anello $\mathbb{Q}[x]/(x^3)$.