

Algebra 2
Corso di laurea in Matematica
Prova scritta

23 settembre 2014

Risolvere i seguenti esercizi. Le risposte vanno giustificate (possibilmente in modo sintetico ...).

1. Dire quanti fattori irriducibili ha il polinomio $x^{108} + 1 \in \mathbb{Z}_3[x]$.
2. Sia $a \in \mathbb{C}$. Dire quali valori può avere $[\mathbb{Q}(a) : \mathbb{Q}(a^2 + 1)]$. Per ciascuno dei possibili valori trovati, fornire un esempio.
3. Si consideri l'ideale $I = (x + 2, y^2 + 4) \subseteq \mathbb{Z}_5[x, y]$. Trovare tutti gli ideali massimali di $\mathbb{Z}_5[x, y]$ che contengono I .
4. Provare che $K = \mathbb{Z}_3[x]/(x^2 + 1)$ è un campo e trovare tutti i suoi elementi primitivi.