Istituzioni di Matematiche II

Corso di laurea in Scienze Geologiche

a.a. 1998-99

Sessione estiva

8 giugno 1999

1) Sia $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare data da: $f(x,y,z) = (x+y, 2x-z, 3x+y-z)$. Trovare la matrice M_f associata ad f (relativamente alle basi canoniche). Trovare poi gli autovalori di f.

2) Sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = 2xy + x + 3y^2$. Trovare la matrice hessiana di f, i punti critici ed eventuali massimi e minimi.

3) Alberto propone a Bruno il seguente gioco: da un mazzo di 52 carte (non truccato) Bruno estrae una carta. Se è un tre, Alberto dà a Bruno 9.000 lire, se è il fante di picche, Alberto dà a Bruno 45.000 lire, altrimenti Bruno dà ad Alberto 2.000 lire. Chi è favorito nel gioco?

4) Scrivere la serie di Fourier per la seguente funzione definita in $[-\pi, \pi]$ da:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x \in \,]-\pi/2, \pi/2[\\ -2 & \text{se } x \in \,[\pi/2, \pi] \cup [-\pi, -\pi/2] \end{cases}$$

(e prolungata per periodicità ad $\mathbb{R}$).

5) Si risolvano le seguenti equazioni differenziali:

$$y' = 3y\sin(x) + 4\sin(x); \qquad y' = (x^3+1)y; \qquad y'' - 2y' - 3y = 3x.$$