Istituzioni di Matematiche II
Scienze Geologiche
Seconda provetta

Anno Accademico 2000-2001

23 febbraio 2001

1) Calcolare gli autovalori della seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 3 \\ -6 & 1 & -3 \\ -6 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

e per ciascun autovalore trovare l'autospazio corrispondente.

2) Sia $D : \{(x, y) \ \mid \ 0 \leq x \leq 1, \ 1 \leq y \leq x + 1\}$. Calcolare:

$$\iint_D (3x + 20y^3)\, dx\, dy$$

sia per via diretta, sia usando una delle formule di Green.

3) Sia $\phi : [0, \pi/4] \longrightarrow \mathbf{R}^3$ definita da:

$$\phi(t) = (3\cos(t), 5\sin(t), 4\cos(t))\,.$$

Calcolare:

- la lunghezza $\ell(\phi)$ della curva ϕ;
- $\displaystyle\int_\phi F\, ds$, dove $F(x, y, z) = \dfrac{x^2 + yz}{x}$.

4) Sia $F : \mathbf{R}^2 \longrightarrow \mathbf{R}^2$ data da: $F(x, y) = (e^y + ye^x, e^x + xe^y)$. Provare che F è un campo conservativo.
Sia poi $H : \mathbf{R}^3 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ data da: $H(x, y, z) = (xz^2, xy, xyz)$. Calcolare il rotore e la divergenza di H.