II Provetta

Istituzioni di Matematiche II per Sc. Geologiche
A.A. 1998–99

28 maggio 1999

1) Calcolare

$$\iint_D x^2 y \, dx \, dy$$

ove $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2,\ 0 \leq y \leq 2\}$ usando sia il metodo diretto, sia una formula di Gauss-Green.

2) Sia $\varphi : [0, 2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ data da $\varphi(t) = (2\cos(t), 2\sin(t))$, $F : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ data da $F(x, y) = x + 3y^2$ e $G : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ data da $G(x, y) = x^2 - y^2$. Calcolare:

$$\int_\varphi F(x, y) \, ds, \qquad \int_\varphi F(x, y) \, dx + G(x, y) \, dy$$

3) Quattro studenti di una classe $(\omega_1, \ldots \omega_4)$ hanno riportato in due esami distinti X e Y i seguenti voti:

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
X	5	6	7	6
Y	4	5	5	6

Si calcoli l'equazione della retta di regressione dei dati. Si calcoli poi la matrice di correlazione delle variabili X e Y.

4) Scrivere la serie di Fourier per la seguente funzione (definita in $[-\pi, \pi]$ e prolungata per periodicità ad $\mathbb{R}$):

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \in\ [-\pi, 0[\\ 1 & \text{se } x \in\ [0, \pi[\end{cases}$$

e, usando l'uguaglianza di Parseval, trovare il valore a cui converge la seguente serie:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}.$$