I Provetta

Istituzioni di Matematiche II per Sc. Geologiche
A.A. 1998–99

2 marzo 1999

1) Dire se i seguenti 3 vettori di $\mathbb{R}^3$ sono linearmente indipendenti (e giustificare la risposta):
a) $u_1 = (3, 2, 0), \quad u_2 = (-2, 0, 1), \quad u_3 = (0, 2, 1)$;
b) Trovare un vettore $v = (a, b, c)$ ortogonale ad u_1 e ad u_2 e di lunghezza $\sqrt{30}$.

2) Data la funzione $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da:

$$f(x, y, z) = (-4x - 2y - 5z,\ 3x + 2y + 3z,\ 4x + 2y + 5z)$$

trovare:
a) la matrice associata (rispetto alle basi canoniche);
b) gli autovalori ed autovettori di f.

3) Sia $f(x, y) = x^3 e^{xy}$. Calcolare:
a) il gradiente di f;
b) la matrice Hessiana di f.

4) Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

$$y' = (y - 1)\cos(x); \quad 3y' = \frac{1}{(x-3)y^2}.$$

5) Risolvere il seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 - y_2 + 5x \\ y_2' = 2y_1 + y_2 - 1 \end{cases}$$