Programma di Istituzioni di Matematiche II per Scienze Geologiche Anno accademico 2000-2001

docente: prof. Alessandro Logar

Prerequisiti: Numeri reali, intervalli della retta reale, funzioni reali di variabile reale, funzioni continue (in un punto e in un intervallo), teorema di Weierstrass (cioè se $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora ammette in $[a, b]$ un massimo e un minimo), funzioni derivabili, significato geometrico della derivata, nozione di primitiva di una funzione continua in un intervallo, integrali indefiniti e definiti.

Algebra lineare: Spazi vettoriali su $\mathbb{R}$; definizione di vettori linearmente dipendenti e indipendenti; nozione di sistema di generatori e di base di uno spazio vettoriale. Dimensione di uno spazio vettoriale. Applicazioni lineari. Matrice associata ad un'applicazione lineare. Autovettori e autovalori di un'applicazione lineare (e di una matrice). Il polinomio caratteristico; calcolo degli autovettori e autovalori.
I vettori di $\mathbb{R}^n$, loro prodotto scalare di $\mathbb{R}^n$, vettori ortogonali.

Lo spazio $\mathbb{R}^n$: La distanza e la norma (o modulo) in $\mathbb{R}^n$, la proprietà triangolare della distanza. Distanza tra vettori (punti) di $\mathbb{R}^n$. Le palle di $\mathbb{R}^n$, i.e. gli insiemi $B(x_0, \varepsilon) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid d(x, x_0) < \varepsilon\}$. Insiemi aperti e insiemi chiusi. Funzioni da un sottoinsieme A di $\mathbb{R}^n$ a valori in $\mathbb{R}$ e in $\mathbb{R}^m$. Funzioni continue.

Funzioni derivabili da $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}$: Nozione di derivata parziale, significato geometrico delle derivate parziali; derivate parziali successive, teorema di Schwarz. Il gradiente di una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ e suo significato geometrico (il gradiente indica la direzione della massima pendenza). La matrice Jacobiana di una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$. Punti critici, massimi e minimi di una funzione da $\mathbb{R}^n$ a valori in $\mathbb{R}$. Criterio per stabilire se un punto critico è punto di massimo o di minimo (per mezzo della matrice Hessiana).

Equazioni differenziali: Esempi di equazioni differenziali. Equazioni differenziali lineari del I ordine, formula risolutiva generale. Equazioni differenziali a variabili separabili. Equazioni di Bernoulli. Equazioni differenziali lineari di ordine n e in particolare di ordine 2 con coefficienti costanti. L'insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale omogenea del secondo ordine a coefficienti costanti come spazio vettoriale di dimensione 2. Il polinomio caratteristico associato. Calcolo di una base dello spazio vettoriale delle soluzioni (in dipendenza del valore del discriminante del polinomio caratteristico). Alcuni esempi di equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti non omogenee. Sistemi di equazioni differenziali lineari (a coefficienti costanti). Il problema di Cauchy.

Esempi di applicazioni di equazioni differenziali: Decadimento radioattivo, raffreddamento di un corpo, interesse composto di un capitale, esempio di accumulo dell'inquinamento di un lago con affluente. Il moto armonico, moto attraverso un mezzo resistente. Crescita di una popolazione isolata, il modello di Verhulst, funzione logistica, diffusione di un'infezione, crescita di popolazioni in interazione (cooperazione e competizione).

Calcolo integrale in più variabili: L'integrale come calcolo di un volume. Domini normali, integrale doppio di una funzione continua su un dominio normale. Teorema di Fubini per il calcolo degli integrali doppi. Curve semplici, chiuse e regolari. Curve equivalenti. Lunghezza di una curva, ascissa curvilinea. Integrale di una funzione lungo una curva. Il calcolo di $\int_\phi F(x,y)\,dx + G(x,y)\,dy$, esempio: calcolo del lavoro della forza gravitazionale. Domini normali e curve regolari a tratti. Formule di Gauss-Green. Formula si Stokes. Rotore, gradiente e divergenza e loro principali proprietà.

Probabilità e statistica: Statistica descrittiva: nozioni di media, mediana, moda, deviazione standard, varianza. Covarianza. La retta di regressione e suo calcolo. Variabili standardizzate e centrate, coefficienti di correlazione, matrice di correlazione. Il metodo dei componenti principali.
Calcolo delle probabilità: nozione di probabilità, probabilità condizionata, permutazioni e combinazioni. Spazi di probabilità: esempi di spazi di probabilità infiniti. Speranza matematica (media), gioco equo, distribuzione di probabilità e confronto con la frequenza relativa.

Testi seguiti

1. R. Adams, Calcolo differenziale 2, funzioni di più variabili. Casa Editrice Ambrosiana, Milano, 2000.
   (Contiene buona parte degli argomenti trattati nel corso, esposti in modo molto chiaro e con molte applicazioni).

2. G. Anichini, G. Conti, Elementi di calcolo delle probabilità e di inferenza statistica. Pitagora, Bologna, 1995.
   (Contiene tutte le nozioni necessarie per la parte del corso che riguarda il calcolo delle probabilità e la statistica — e ovviamente polto di più).

3. F.P. Agterberg, Geomathematics, Mathematical background and GeoSciece applications. Elsevier Scientific Publishing Company. Amsterdam, London, New York 1974.
   (Tratta molti argomenti di matematica che hanno applicazioni in geologia. Contiene svariati esempi probabilmente molto significativi per chi si occupa di geologia).

4. S. Campanato. Esercizi e Complementi di analisi matematica, 2ª parte, Libreria Scientifica G. Pellegrini, Pisa 1974.
   (Vi si possono trovare vari esercizi risolti, soprattutto per quel che riguarda le derivate parziali, gli integrali multipli e le equazioni differenziali. Attenzione però che alcuni degli esercizi proposti sono indirizzati a matematici e quindi non del tutto adatti a studenti di un corso di laurea in Scienze Geologiche).

5. N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone. Analisi Matematica due, Liguori Editore, Napoli, 1996.
   (Questo testo, assieme al testo sottostante, è stato quello principalmente seguito)

6. P. Marcellini, C. Sbordone. Calcolo, Liguori Editore, Napoli, 1993.
   (Vedi sopra)

7. J. Marsden, A. Weinstein. Calculus II, Springer-Verlag, New York, 1984.
   (Contiene vari esempi interessanti, soprattutto per quanto riguarda le applicazioni delle equazioni differenziali. È indirizzato a studenti con una limitata preparazione matematica)

8. Murray, R. Piegel, Statistica ETAS libri, (collana Schaum), 1973.
   (Contiene moltissimi esempi ed esercizi risolti).

9. G. Prodi. Metodi matematici e statistici per le scienze applicate, McGraw-Hill, Milano 1992.
(Testo principalmente seguito per gli argomenti del corso che trattano di statistica e calcolo delle probabilità).