

Ecco un elenco di alcuni dei principali teoremi utili in teoria di Galois per provare la corrispondenza di Galois.

**Teorema 1** *Sia  $m$  un polinomio irriducibile in  $K[x]$  e siano  $K(\alpha)$  e  $K(\beta)$  due estensioni algebriche semplici tali che  $\alpha$  e  $\beta$  hanno lo stesso polinomio minimo  $m$  su  $K$ . Allora esiste un isomorfismo di campi tra  $K(\alpha)$  e  $K(\beta)$  che fissa gli elementi di  $K$  e manda  $\alpha$  in  $\beta$ .*

**Teorema 2** *Un'estensione  $L : K$  finita è normale se e solo se è campo di spezzamento di un polinomio di  $K[x]$ .*

**Teorema 3** *Sia  $K$  campo.  $G$  un sottogruppo finito del gruppo di automorfismi di  $K$ . Sia  $K_0$  il campo fissato da  $G$ , cioè  $K_0 = \{a \in L \mid \sigma(a) = a \text{ per ogni } \sigma \in G\}$ . Allora:*

$$[K : K_0] = |G|$$

**Teorema 4** *Sia  $L : K$  un'estensione finita e normale. Sia  $M$  un campo intermedio tra  $K$  ed  $L$ . Sia  $\tau : M \rightarrow L$  un  $K$ -monomorfismo. Allora esiste un  $K$ -automorfismo  $\sigma : L \rightarrow L$  tale che estende  $\tau$ .*

**Teorema 5** *Sia  $L : K$  un'estensione finita. Sono equivalenti:*

1.  $L : K$  è normale;
2. Esiste un'estensione normale finita  $N$  di  $K$  che contiene  $L$  tale che ogni  $K$ -monomorfismo  $\tau : L \rightarrow N$  è un automorfismo di  $L$ ;
3. Per ogni estensione finita  $M$  di  $K$  che contiene  $L$  e ogni  $K$ -monomorfismo  $\tau : L \rightarrow M$  è tale che è  $K$ -automorfismo.

**Teorema 6** *Sia  $L : K$  un'estensione finita, normale e separabile, allora  $|\Gamma(L; K)| = [L : K]$ .*

**Teorema 7** *Sia  $L : K$  un'estensione finita e sia  $G$  il suo gruppo di Galois. Se  $L : K$  è normale, allora  $K$  è il campo fissato da  $G$ .*