

Algebra 2
Corso di laurea in Matematica

17 luglio 2013

Risolvere i seguenti esercizi. Le risposte vanno giustificate (possibilmente in modo sintetico ...).

1. Si consideri l'ideale $I = (x - y - 2, x + y, z - 3) \subseteq \mathbb{Q}[x, y, z]$. Si provi che I è un ideale massimale.
2. Provare che $\mathbb{Q}[\sqrt{2}, \sqrt{6}] = \mathbb{Q}[\sqrt{2} + \sqrt{3}]$.
3. Sia $a \in \mathbb{R}$ un elemento algebrico su \mathbb{Q} il cui polinomio minimo ha grado 6. Sia K un campo tale che $\mathbb{Q} \subsetneq K \subsetneq \mathbb{Q}[a]$.
 - (a) provare che K è un'estensione algebrica di \mathbb{Q} ;
 - (b) Se $b \in K$, cosa si può dire del grado del polinomio minimo di b su \mathbb{Q} ?
4. Usando l'algoritmo di Berlekamp, trovare per quali valori di $a \in \mathbb{Z}_7$ il polinomio $x^2 - a \in \mathbb{Z}_7[x]$ è irriducibile.