

Algebra 2
Corso di laurea in Matematica
Prova scritta

7 settembre 2011

Risolvere i seguenti esercizi. Le risposte vanno giustificate (possibilmente in modo sintetico ...).

1. Sia A un anello e si supponga che in A valga la formula seguente:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 \quad \text{per ogni } a, b \in A$$

Quanto vale la caratteristica di A ?

2. Provare che l'ideale $I = (x + 2, y + 3) \subseteq \mathbb{Z}_5[x, y]$ è massimale.
3. Siano $a, b \in \mathbb{Q}$. Dire quali sono i possibili valori per $[\mathbb{Q}[\sqrt{a}, \sqrt{b}] : \mathbb{Q}]$
Fornire poi degli esempi per ciascuno dei casi trovati.
4. Quanti sono tutti i polinomi riducibili di grado 3 di $\mathbb{Z}_p[x]$, con p primo?