Algebra 2
Corso di laurea in Matematica
Prova scritta

15 luglio 2014

Risolvere i seguenti esercizi. Le risposte vanno giustificate (possibilmente in modo sintetico ...).

1. Sia $I = (x^3, x^2y^4, y^5) \subseteq \mathbb{Q}[x, y]$. Trovare tutti gli ideali massimali $\mathcal{M}$ che contengono l'ideale I.
2. Sia $u \in \mathbb{N}$, $u > 2$ e sia $\mu(u) = -1$ (μ indica la funzione di Möbius). Provare che i polinomi $x^n + 4ux + 8u \in \mathbb{Z}[x]$ sono tutti irriducibili ($n > 1$).
3. Siano K ed L campi, con L estensione di K. Sia $u \in L$ algebrico su K con polinomio minimo su K di grado 9. Che grado ha il polinomio minimo di $10 \cdot u$ (si ricordi che $10 \cdot u$ significa $u + u + \cdots + u$, ripetuto 10 volte).
4. Usando opportunamente l'algoritmo di Berlekamp, calcolare quanti fattori irriducibili ha $x^{20} + 1 \in \mathbb{Z}_5[x]$.